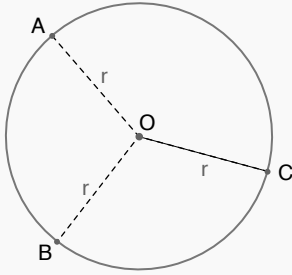




ÇEMBERDE UZUNLUKLAR

Çemberin Yarıçapı

Bir çemberin üzerindeki bütün noktaların çemberin merkezine uzaklıkları çemberin yarıçapına eşittir. Çemberde uzunlukla ilgili bazı soruları sadece bu bilgi ile çözebiliriz.



Şekildeki O merkezli çemberde;

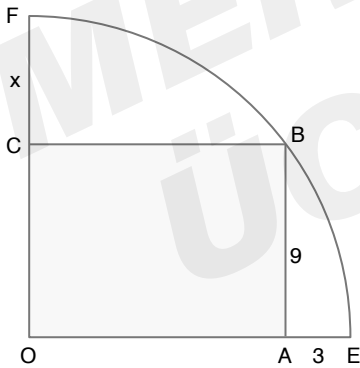
$$|OA| = |OB| = |OC| = r$$

olur.

Yarıçap genellikle r harfiyle gösterilir.

Bir çemberin merkezinden geçen bir doğrunun çemberi kestiği noktalar bu çemberin çapının uç noktalarıdır. Çap = $2r$ olur.

Örnek 1



O, çeyrek çemberin merkezi

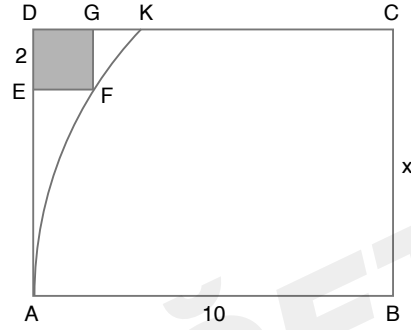
OABC dikdörtgen

$$|AE| = 3 \text{ cm}$$

$$|AB| = 9 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, $|CF| = x$ kaç cm dir?

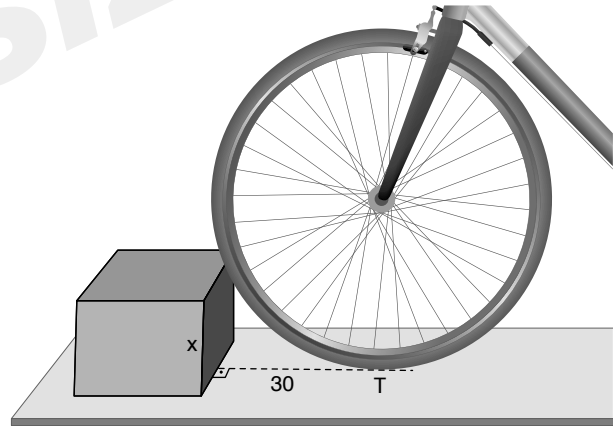
Örnek 2



Şekildeki ABCD dikdörtgeninin B köşesi merkez olmak üzere $\widehat{AK}$ çember yayı çizilmiş ve bir köşesi bu yay üzerinde olan DEFG karesi yerleştirilmiştir. $|DE| = 2 \text{ cm}$ ve $|AB| = 10 \text{ cm}$ dir.

Buna göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?

Örnek 3



Şekildeki bisiklet tekerleği dikdörtgenler prizması biçimindeki bir kutuya dayanmıştır. Tekerleğin yarıçapı 34 cm ve yere değme noktasının kutuya uzaklığı 30 cm dir.

Buna göre, kutunun yüksekliği (x) kaç cm dir?

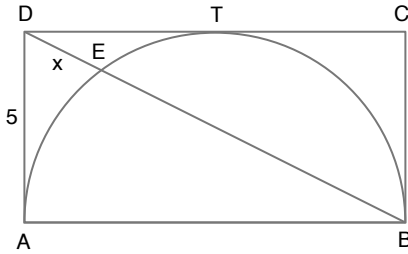


Çemberde Uzunluklar

Bir çemberde çapı gören çevre açının ölçüsü 90° dir.

Bir çemberde 90° lik bir çevre açının gördüğü kiriş çaptır.

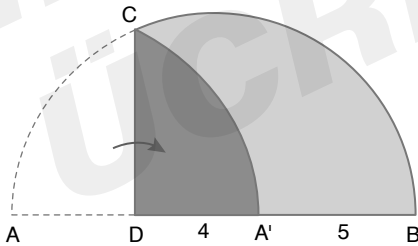
Örnek 4



Yukarıdaki şekilde ABCD dikdörtgeninin içine, T noktasında teğet olacak biçimde [AB] çaplı yarım çember çizilmiştir.

[BD] köşegen ve $|AD| = 5$ cm olduğuna göre, $|DE| = x$ kaç cm dir?

Örnek 5



Şekildeki [AB] çaplı yarım daire biçimindeki kâğıt [CD] boyunca katlanmış ve A köşesi [AB] üzerindeki A' noktasına gelmiştir.

$|DA'| = 4$ cm ve $|A'B| = 5$ cm olduğuna göre, $|CD|$ kaç cm dir?

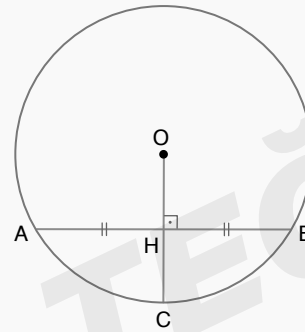
ÇEMBERDE KIRIŞ ÖZELLİKLERİ

Merkezden Kirişe Çizilen Dikme

Bir çemberde merkezden kirişe çizilen dikme, kirişi iki eşit parçaya böler.

Bir çemberde merkezden kirişin orta noktasına çizilen doğru parçası, kirişe dik olur.

Bir çemberde kirişin orta dikmesi merkezden geçer.



O, çemberin merkezi

$[OC] \perp [AB]$ ise

$|AH| = |HB|$ ve

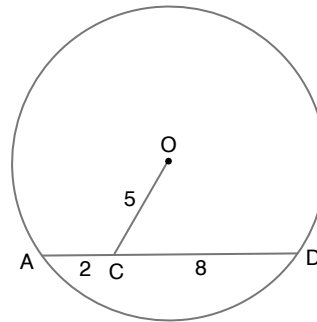
$\widehat{AC} = \widehat{CB}$ olur.

Veya;

$|AH| = |HB|$ ise

$[OC] \perp [AB]$ olur.

Örnek 6



O merkezli çemberde

[AD] kiriş

$|OC| = 5$ birim

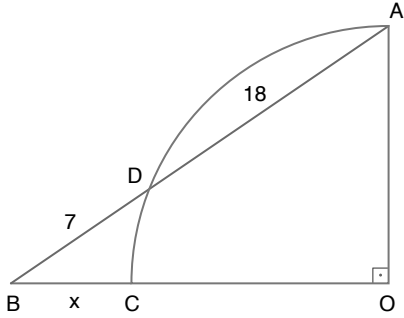
$|AC| = 2$ birim

$|CD| = 8$ birim

Yukarıdaki verilere göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?



Örnek 7



O, çeyrek çemberin
merkezi

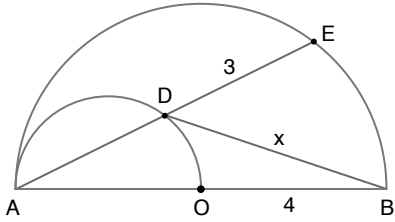
AOB dik üçgen

$|AD| = 18$ birim

$|DB| = 7$ birim

Yukarıdaki verilere göre, $|BC| = x$ kaç birimdir?

Örnek 8



$|DE| = 3$ cm

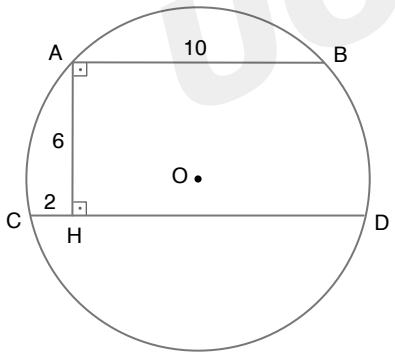
$|OB| = 4$ cm

$D \in [AE]$

Yukarıdaki şekilde O merkezli yarım çemberin içine [AO] çaplı yarım çember yerleştirilmiştir.

Buna göre, $|DB| = x$ kaç cm dir?

Örnek 9



$[AB] \perp [AH]$

$[AH] \perp [CD]$

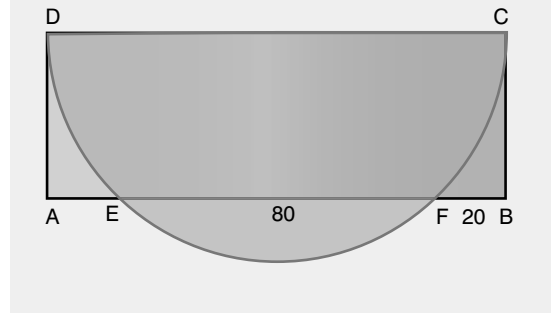
$|AB| = 10$ cm

$|AH| = 6$ cm

$|CH| = 2$ cm

Yukarıda verilen O merkezli çemberin yarıçapı kaç cm dir?

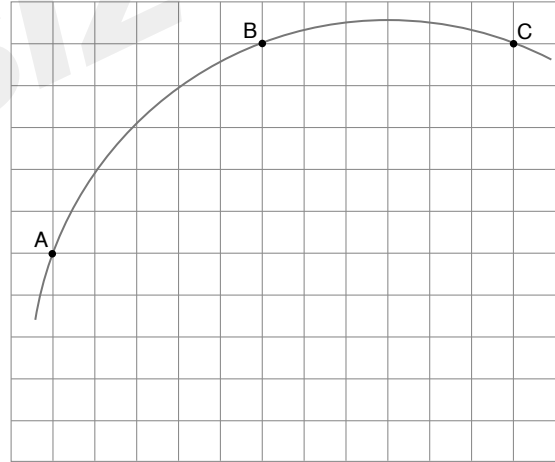
Örnek 10



Şekildeki ABCD dikdörtgeni biçimindeki pencerenin önünde [DC] çaplı yarım daire biçiminde bir perde asılmıştır.

$|EF| = 80$ cm ve $|FB| = 20$ cm olduğuna göre, dikdörtgen biçimindeki pencerenin alanı kaç desimetrekaredir?

Örnek 11



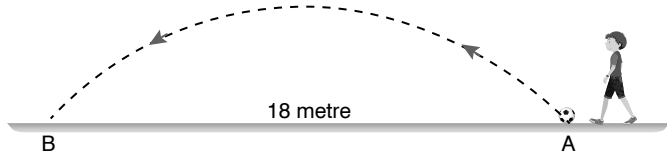
Şekildeki birim kareli kâğıt üzerinde verilen çember yayı A, B ve C noktalarından geçmektedir.

Buna göre, bu çemberin yarıçapı kaç birimdir?



Çemberde Uzunluklar

Örnek 12



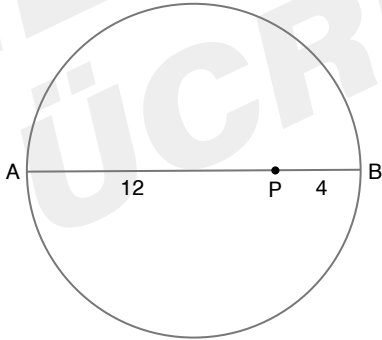
Hakan A noktasındaki topa vurduğunda top şekildeki gibi bir çember yayı biçiminde yol alarak 18 metre ilerdeki B noktasına düşmüş ve bu süre içinde top yerden en fazla 3 metre yüksekliğe çıkmıştır.

Buna göre, topun izlediği bu çember yayının yarıçapı kaç metredir?

En Kısa Kiriş

Bir çemberin iç bölgesindeki bir A noktasından geçen en kısa kiriş, bu noktayı orta nokta kabul eden kirdir. Yani, merkezden ve A noktasından geçen doğru en kısa kirdiye dik olur.

Örnek 13



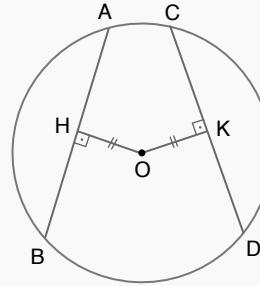
Şekildeki [AB] çaplı çemberde $|AP| = 12$ birim ve $|PB| = 4$ birimdir.

Buna göre, bu çemberin P noktasından geçen kirdilerinden en kısa olan kirdinin uzunluğu kaç birimdir?

Eş Kirdiler

Bir çemberde, merkeze eşit uzaklıktaki kirdiler eşittir.

Bir çemberde, eş kirdilerin merkeze uzaklıkları eşittir.



$$|OH| = |OK| \text{ ise}$$

$$|AB| = |CD| \text{ olur.}$$

Veya;

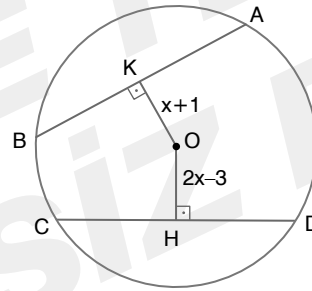
$$|AB| = |CD| \text{ ise}$$

$$|OH| = |OK| \text{ olur.}$$

Bir çemberde kirdiler merkezden uzaklaştıkça küçülür.

$$|OH| < |OK| \Leftrightarrow |AB| > |CD| \text{ olur.}$$

Örnek 14



O merkezli çemberde

$$[OH] \perp [CD]$$

$$[OK] \perp [AB]$$

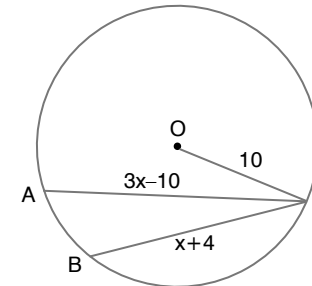
$$|OK| = (x + 1) \text{ birim}$$

$$|OH| = (2x - 3) \text{ birim}$$

$$|AB| = |CD| = 12 \text{ birim}$$

Yukarıda verilen çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Örnek 15



O merkezli çemberde

$$|OC| = 10 \text{ birim}$$

$$|AC| = (3x - 10) \text{ birim}$$

$$|BC| = (x + 4) \text{ birim}$$

Buna göre, x'in alabileceği tam sayıların toplamı kaçtır?

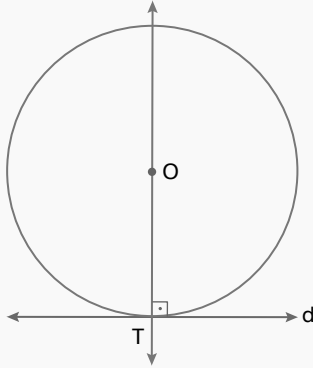


ÇEMBERDE TEĞET ÖZELLİKLERİ

Merkezden Teğete Çizilen Dikme

Bir çemberde, merkezden geçen bir doğru teğete değme noktasında diktir.

Aynı zamanda, teğete değme noktasında dik olan bir doğru, çemberin merkezinden geçer.



O, çemberin merkezi

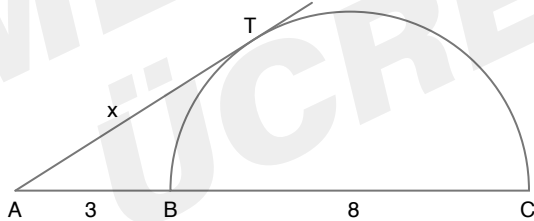
T, teğet noktası ise

$OT \perp d$

olur.

Soru çözümlerinde teğet gördüğümüzde, genellikle teğet noktası ile çemberin merkezini birleştiririz.

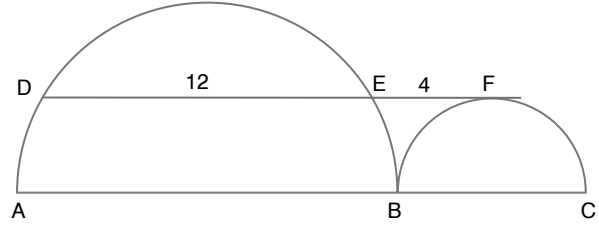
Örnek 16



Yukarıdaki şekilde [AT], [BC] çaplı yarım çembere T noktasında teğet, A, B, C doğrusal, $|AB| = 3$ birim ve $|BC| = 8$ birimdir.

Buna göre, $|AT| = x$ kaç birimdir?

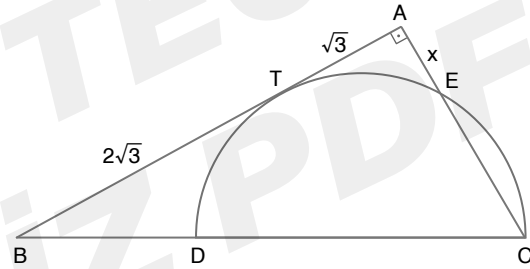
Örnek 17



Yukarıdaki şekilde [AB] ve [BC] çaplı yarım çemberler B noktasında birbirine teğet ve [DF, F noktasında küçük yarım çembere teğettir.

$|DE| = 12$ birim ve $|EF| = 4$ birim ise, $|AC|$ kaç birimdir?

Örnek 18

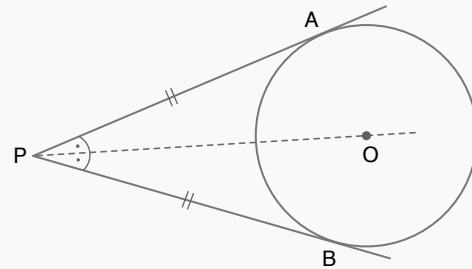


[DC] çaplı yarım çember T noktasında ABC dik üçgeninin [AB] kenarına teğet, $|AT| = \sqrt{3}$ birim ve $|TB| = 2\sqrt{3}$ birimdir.

Buna göre, $|AE| = x$ kaç birimdir?

Bir Noktadan Çembere Çizilen Teğetler

Bir noktadan bir çembere çizilen iki teğet parçasının uzunlukları eşittir.



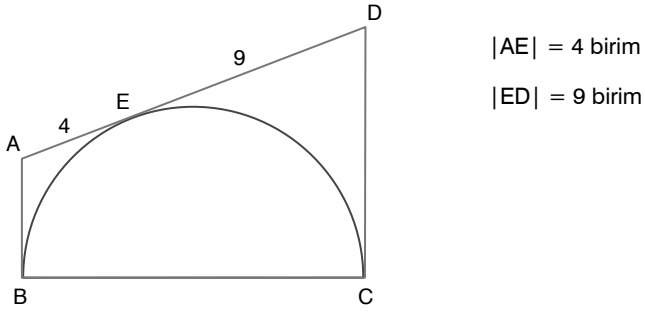
Şekildeki çemberde A ve B teğet noktaları ise, $|PA| = |PB|$ olur.

Burada ayrıca PO doğrusunun açıortay olduğunu hatırlayınız.



Çemberde Uzunluklar

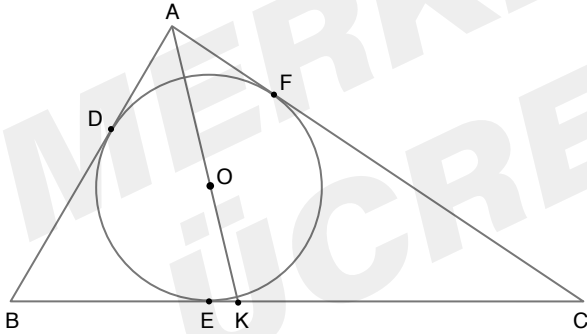
Örnek 19



Şekildeki $[BC]$ çaplı yarım çember B, C ve E noktalarında ABCD dörtgeninin kenarlarına teğettir.

Buna göre, $|BC|$ kaç birimdir?

Örnek 20



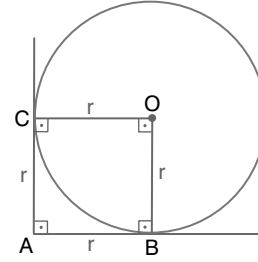
Yukarıdaki şekilde ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi O noktasıdır. D, E, F teğet noktaları ve A, O, K doğrusaldır.

$|AB| = 16$ birim, $|AC| = 24$ birim ve $|BC| = 30$ birimdir.

Buna göre, $|EK|$ kaç birimdir?

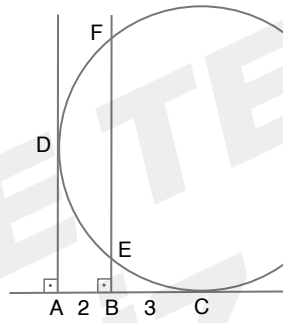
Çemberin Dik Kesişen Teğetleri

Bir noktadan bir çembere çizilen iki teğet parçası birbirine dik ise, bu teğetlerin uzunlukları çemberin yarıçapına eşittir.



O, çemberin merkezi,
B ve C teğet noktaları,
 $[AB \perp AC]$ ise,
 $|AB| = |AC| = r$ ve
ABOC bir kare olur.

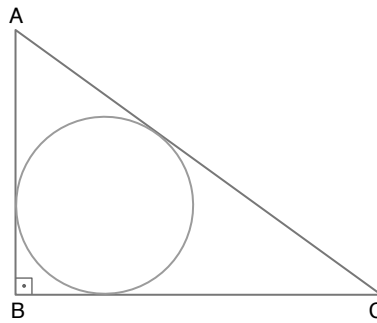
Örnek 21



$DA \perp AC$
 $FB \perp AC$
C ve D teğet noktaları
 $|AB| = 2$ birim
 $|BC| = 3$ birim

Yukarıdaki çemberde verilenlere göre, $|EF|$ kaç birimdir?

Örnek 22

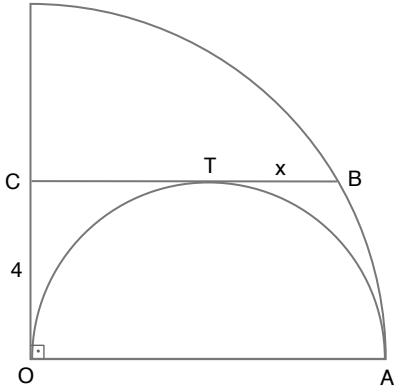


$|AB| = 3$ birim
 $|BC| = 4$ birim

Şekildeki ABC dik üçgeninin içine, kenarlarına teğet olacak biçimde yerleştirilen çemberin yarıçapı kaç birimdir?



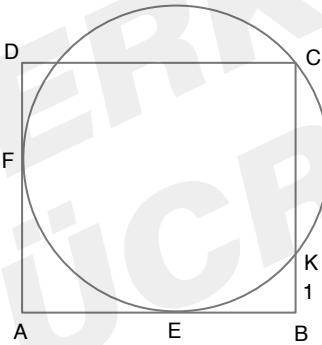
Örnek 23



Yukarıdaki şekilde O merkezli çeyrek çemberin içine [OA] çaplı yarım çember yerleştirilmiştir. [CB] yarım çembere T noktasında teğet, [CB] // [OA] ve $|OC| = 4$ cm dir.

Buna göre, $|TB| = x$ kaç cm dir?

Örnek 24



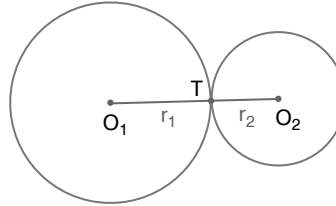
Şekilde verilen çember ABCD dikdörtgeninin kenarlarına E ve F noktalarında teğettir.

Çemberin yarıçapı 5 birim ve $|BK| = 1$ birim olduğuna göre, ABCD dikdörtgeninin çevresi kaç birimdir?

Teğet Çemberler

Birbirine içten veya dıştan teğet olan iki çemberin merkezleri ile teğet oldukları nokta doğrusaldır.

a. Dıştan Teğet Çemberler

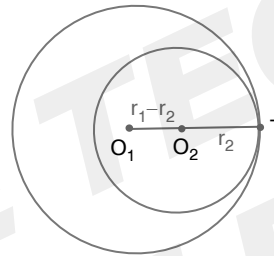


T, teğet noktası ise;

O_1, T, O_2 doğrusal ve

$|O_1O_2| = r_1 + r_2$ olur.

b. İçten Teğet Çemberler

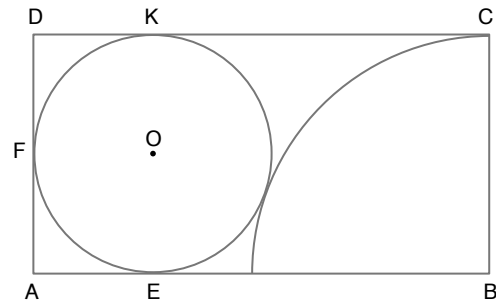


T, teğet noktası ise;

O_1, O_2, T doğrusal ve

$|O_1O_2| = r_1 - r_2$ olur.

Örnek 25



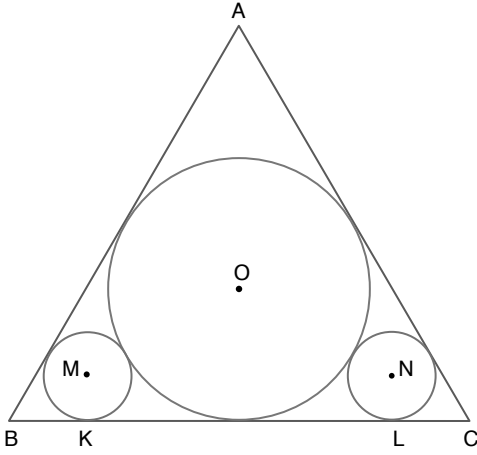
Yukarıdaki şekilde; yarıçapı 1 birim olan O merkezli çember B merkezli çeyrek çembere ve ABCD dikdörtgeninin kenarlarına teğettir.

Buna göre, ABCD dikdörtgeninin çevresi kaç birimdir?



Çemberde Uzunluklar

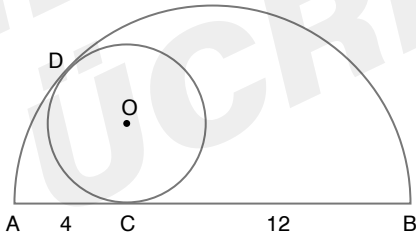
Örnek 26



Yukarıdaki şekilde ABC eşkenar üçgeninin içine, üçgenin kenarlarına ve birbirine teğet olacak biçimde O, M ve N merkezli çemberler yerleştirilmiştir. K ve L teğet noktalarıdır.

M ve N merkezli çemberlerin yarıçapı 1 birim olduğuna göre, $|KL|$ kaç birimdir?

Örnek 27

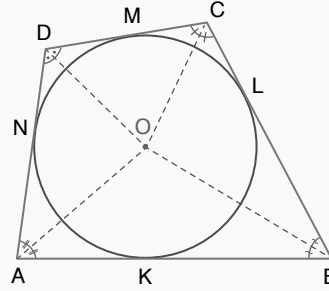


Şekildeki O merkezli çember $[AB]$ çaplı yarım çembere C ve D noktalarında teğettir.

$|AC| = 4$ birim ve $|CB| = 12$ birim olduğuna göre, O merkezli çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Teğetler Dörtgeni

Tüm kenarları bir çembere teğet olan dörtgene teğetler dörtgeni denir. Teğetler dörtgeninde karşılıklı kenarların uzunlukları toplamı birbirine eşittir.



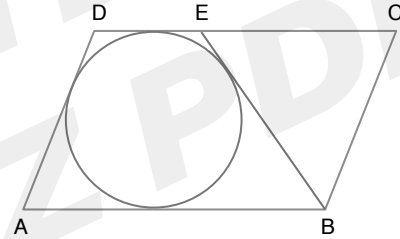
$$|AB| + |DC| = |AD| + |BC|$$

u, ABCD dörtgeninin çevresinin yarısı olmak üzere

$$A(ABCD) = u \cdot r \text{ dir.}$$

Teğetler dörtgeninde açıortaylar çemberin merkezinde kesişir.

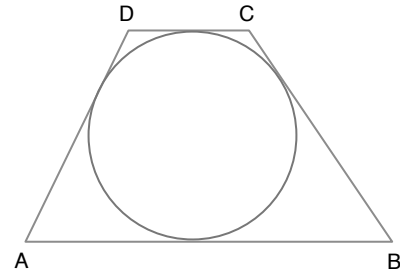
Örnek 28



Şekilde verilen çember ABED dörtgeninin kenarlarına teğettir.

ABCD bir paralelkenar ve $|AB| = 12$ birim olduğuna göre, BCE üçgeninin çevresi kaç birimdir?

Örnek 29

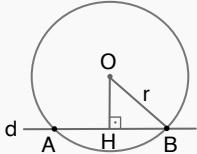


Yukarıdaki şekilde ABCD ikizkenar yamuğu bir teğetler dörtgenidir.

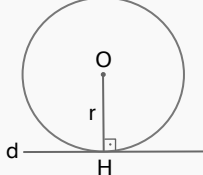
$|AB| = 8$ birim ve $|DC| = 2$ birim olduğuna göre, $Alan(ABCD)$ kaç birimkaredir?



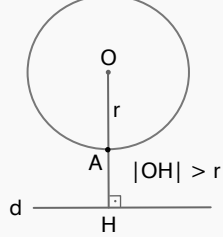
Çember ile Doğrunun Durumları

Doğru çemberi
2 noktada kesiyor

$|OH| < r$

Doğru çembere
teğet

$|OH| = r$

Doğru çemberi
kesmiyor

$|OH| > r$

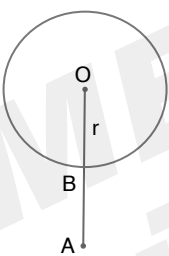
Örnek 30

Bir çemberde x pozitif bir tam sayı olmak üzere yarıçap $(3x - 2)$ cm, merkezin bir d doğrusuna uzaklığı $(2x + 3)$ cm olarak veriliyor.

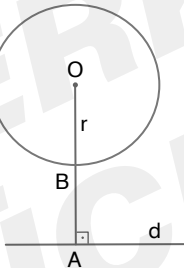
d doğrusu ile çemberin ortak noktası olmadığına göre çemberin yarıçapının en büyük değeri kaç cm dir?

Çemberin En Kısa Uzaklığı

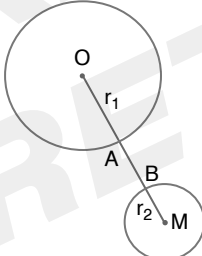
Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3



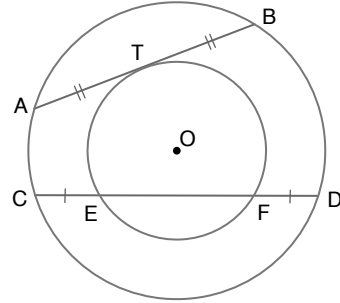
Yukarıdaki şekillerde O merkezli çemberin sırasıyla A noktasına, d doğrusuna ve M merkezli çembere en kısa uzaklığı $|AB|$ dir.

Örnek 31

Yarıçapı 5 birim olan bir çembere, dışındaki A noktasından çizilen teğetin çembere değme noktası B olmak üzere $|AB| = 12$ birimdir.

Buna göre, A noktasının bu çembere en kısa uzaklığı kaç birimdir?

Merkezleri Ortak Olan Çemberler



O, çemberlerin merkezi

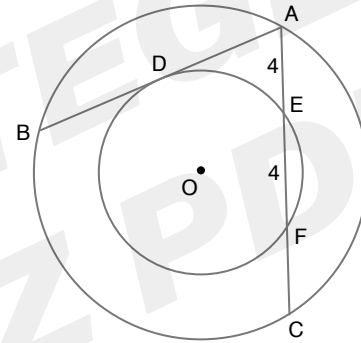
[AB], küçük çembere T'de teğet ise,

$|AT| = |TB|$ olur.

[CD], küçük çemberi E ve F de kesiyor ise,

$|CE| = |FD|$ olur.

Örnek 32

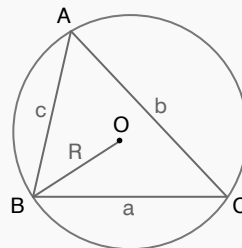


Şekildeki çemberlerin merkezi O noktasıdır. [AB] küçük çembere D noktasında teğet ve [AC] küçük çemberi E ve F noktalarında kesiyor.

$|AE| = |EF| = 4$ birim ve büyük çemberin yarıçapı 9 birimdir.

Buna göre, $|AB|$ kaç birimdir?

Çember ve Sinüs Teoremi



Şekildeki ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı R olmak üzere

Sinüs Teoremi yazılırsa,

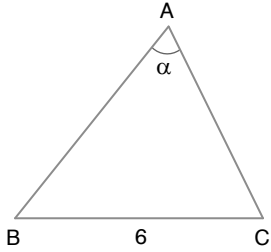
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

olur.



Çemberde Uzunluklar

Örnek 33



ABC bir üçgen
 $|BC| = 6$ birim
 $m(\widehat{BAC}) = \alpha$
 $\sin \alpha = \frac{3}{4}$

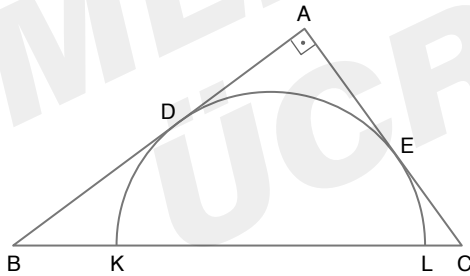
Şekildeki ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı kaç birimdir?

Çemberlerde Üçgen Benzerliği

Bazı çember sorularının çözümünde üçgende benzerlik kullanılır.

Çemberle birlikte verilen üçgenlerde eş açıları bulmak için; paralellikten, aynı yayı gören çevre açıların eşitliğinden veya aynı yayı gören çevre açı ile teğet-kiriş açıların eşitliğinden yararlanılır.

Örnek 34

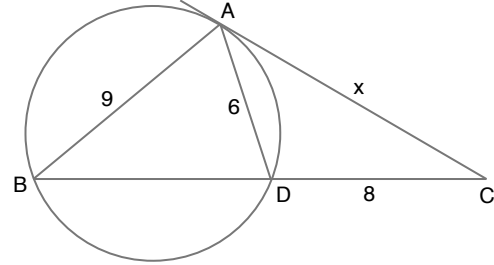


$[AB] \perp [AC]$
 $|AB| = 20$ cm
 $|AC| = 12$ cm

Yukarıdaki şekilde $[KL]$ çaplı yarım çember D ve E noktalarında ABC dik üçgeninin kenarlarına teğettir.

Buna göre, $|KL|$ kaç cm dir?

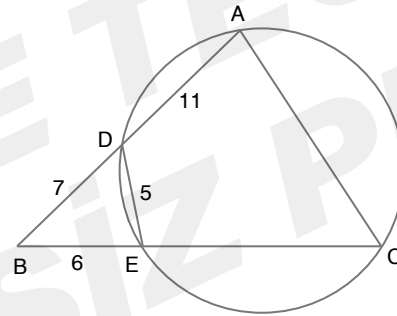
Örnek 35



Yukarıdaki şekilde $[CA]$, çembere A noktasında teğet, ABC bir üçgen, $|AB| = 9$ birim, $|AD| = 6$ birim ve $|DC| = 8$ birimdir.

Buna göre, $|AC| = x$ kaç birimdir?

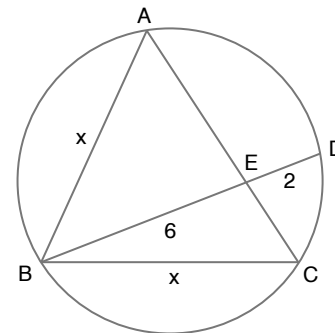
Örnek 36



ABC bir üçgen
A, D, E, C çember üzerinde
 $|AD| = 11$ cm
 $|DB| = 7$ cm
 $|DE| = 5$ cm
 $|BE| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| + |EC|$ toplamı kaç cm dir?

Örnek 37



$[AC] \cap [BD] = \{E\}$
 $|BE| = 6$ birim
 $|ED| = 2$ birim

ABC ikizkenar üçgeninin köşeleri çember üzerinde olduğuna göre, $|BA| = |BC| = x$ kaç birimdir?