

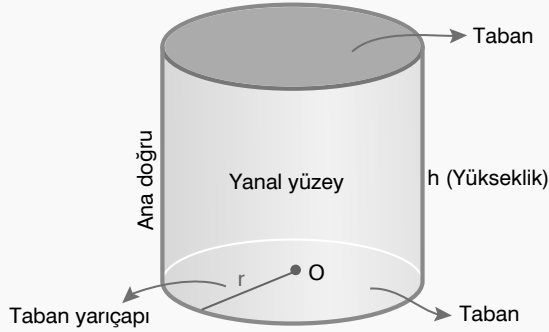


bölüm 3

DİK DAİRESEL SİLİNDİR

Silindirin Hacmi

Tabanları eş daireler olan ve ana doğruları tabanlara dik olan cisimlere dik dairesel silindir denir.



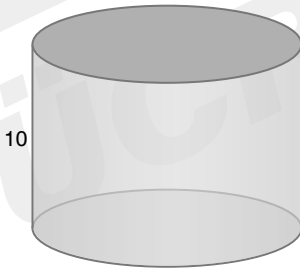
Silindirin yüksekliği, alt ve üst tabanları arasındaki dik uzaklıktır.

Silindir, tabanı daire olan bir prizma olduğundan hacmi, prizma gibi yani taban alanı ile yüksekliğinin çarpımı şeklinde bulunur.

Taban yarıçapı r ve yüksekliği h olan bir silindirin hacmi;

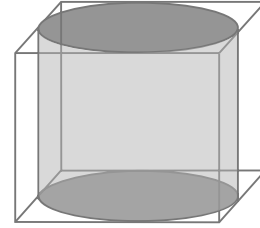
Hacim $= \pi \cdot r^2 \cdot h$ formülüyle bulunur.

Örnek 1



Şekildeki dik dairesel silindirin taban çevresi 16π birim ve yüksekliği 10 birim olduğuna göre, hacmi kaç birimküptür?

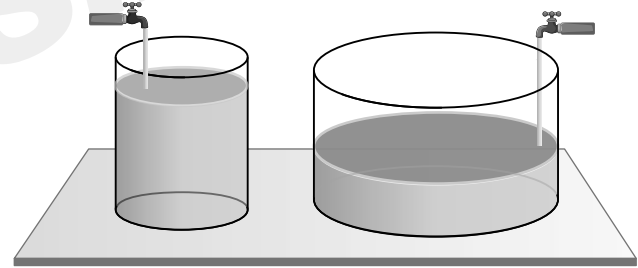
Örnek 2



Yukarıdaki şekilde bir küpün içine bir silindir yerleştirilmiştir.

Küpün hacmi 64 birimküp olduğuna göre, silindirin hacmi en fazla kaç birimküp olabilir?

Örnek 3



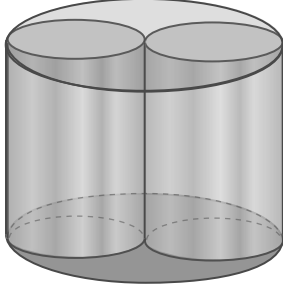
Taban yarıçapı r ve $2r$, yükseklikleri h birim olan silindir biçimindeki iki kap, birim zamanda eşit miktarda su akıtan iki musluk yardımıyla doldurulmaktadır.

Musluklar aynı anda açılıp küçük silindir dolduğunda büyük silindirdeki suyun yüksekliği kaç h olur?



Dik Dairesel Silindir

Örnek 4

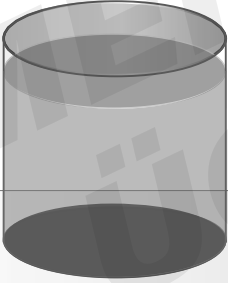


Yukarıdaki şekilde dik dairesel silindir biçimindeki bir kutunun içine dik dairesel silindir biçiminde eş iki cisim yerleştirilmiştir.

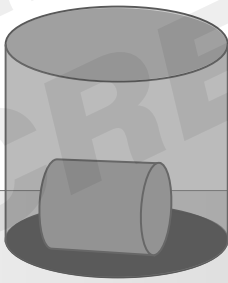
Kutunun hacmi 48 birimküp olduğuna göre, içine yerleştirilen cisimlerin her birinin hacmi kaç birimküpür?

Örnek 5

Şekil 1



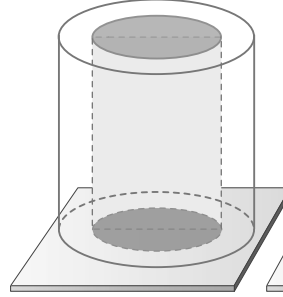
Şekil 2



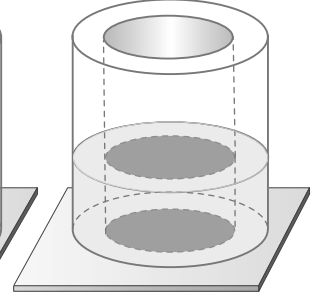
Taban yarıçapı 6 cm, yüksekliği 16 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki bir kabın içinde Şekil 1'deki gibi 15 cm yüksekliğinde su bulunmaktadır. Bu suyun içine taban yarıçapı 3 cm ve yüksekliği 6 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki bir cisim atıldığında kap Şekil 2'deki gibi tam olarak doluyor ve bir miktar su taşıyor.

Buna göre, taşan suyun hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek 6



Şekil 1



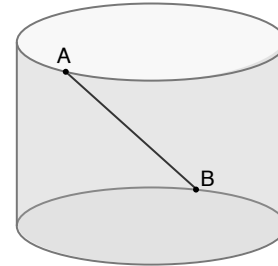
Şekil 2

Yukarıdaki şekilde; yükseklikleri 18 cm olan iç içe iki silindirden içtekinin taban yarıçapı 4 cm, dıştakinin taban yarıçapı 6 cm dir.

Şekil 1'de içteki silindir su ile doluyken tabanına yakın bir yerden delik açılıp suyun dıştaki silindire de akması sağlanıyor.

Buna göre, son durumda (Şekil 2'de) suyun yüksekliği kaç cm olur?

Örnek 7



Şekildeki dik dairesel silindirin tabanlarının kenarı üzerinde değişken A ve B noktaları alınıyor.

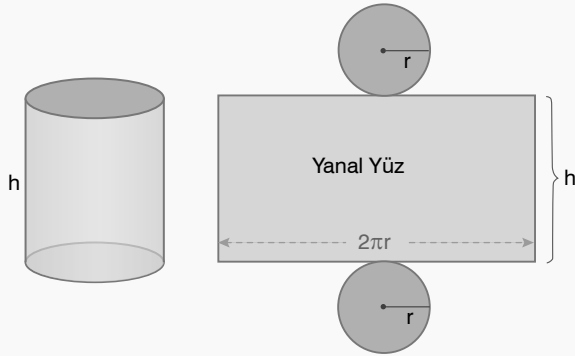
Silindirin taban alanı 16π birimkare ve hacmi 96π birimküp olduğuna göre, $|AB|$ uzunluğunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

**Silindirin Alanı**

Bir dik daireesel silindiri açtığımızda, bir dikdörtgen ile iki tane daire elde edilir.

Dikdörtgen, yanal yüzeyi; daireler ise tabanları oluşturur.

Elde edilen dikdörtgenin bir kenarı silindirin yüksekliğine (h) eşit, diğer kenarı da silindirin taban çevresine ($2\pi r$) eşittir.

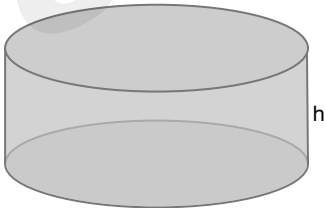


$$\text{Silindirin yanal alanı} = 2\pi r h$$

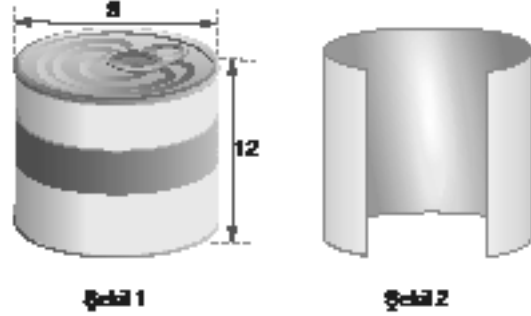
$$\text{Silindirin alanı} = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

Örnek 8

Taban yarıçapı 2 birim, yüksekliği 3 birim olan bir dik daireesel silindirin alanı kaç birimkaredir?

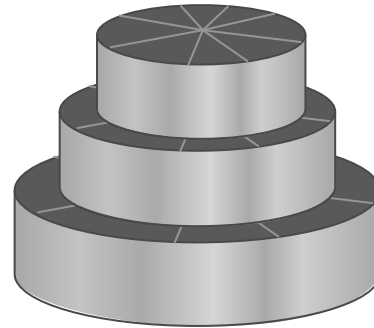
Örnek 9

Şekildeki silindirin yanal alanı 60π birimkare ve hacmi 180π birimküpe olduğuna göre, yüksekliği (h) kaç birimdir?

Örnek 10

Şekil 1'de çapı 8 cm ve yüksekliği 12 cm olan dik daireesel silindir biçiminde bir konserve kutusu verilmiştir. Bu kutunun etrafı marka tanımlama kâğıdı ile kaplanacaktır. Bunun için kâğıt Şekil 2'deki gibi kıvrılarak kutunun etrafını tam kapatacak biçimde sarılıyor.

Buna göre, kâğıdın alanı en az kaç cm^2 olmalıdır?

Örnek 11

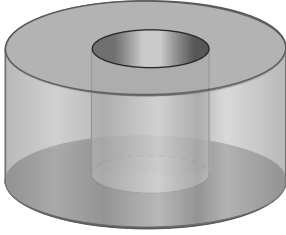
Şekilde her birinin yüksekliği 10 cm olan dik daireesel silindir biçimindeki 3 kattan oluşan bir pasta gösterilmiştir.

Silindirlerin yarıçapları 10, 15 ve 20 cm olduğuna göre, pasta'nın alanı kaç cm^2 dir?



Dik Dairesel Silindir

Örnek 12

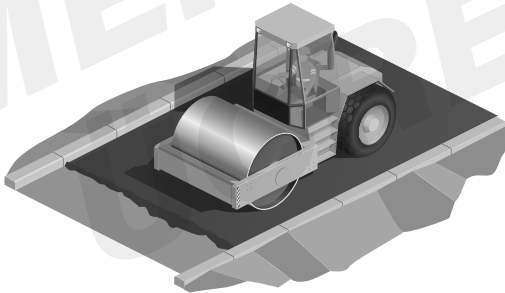


Dik dairesel silindir biçimindeki bir tahtanın içinden, şekildeki gibi dik dairesel silindir biçimindeki bir parça kesilerek çıkarılmıştır.

Silindirlerin yükseklikleri eşit, taban yarıçapları ise 3 ve 6 birimdir.

Elde edilen cismin hacmi 216π birimküp olduğuna göre, alanı kaç birimkaredir?

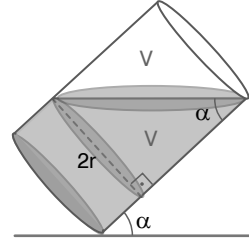
Örnek 13



Şekildeki yol çalışmasında verilen asfalt düzeltme makinesinin silindirinin çapı 2 metre, genişliği de 2 metredir.

Buna göre, bu silindir 5 tam tur döndüğünde en fazla kaç metre-karelik asfaltı düzeltir?

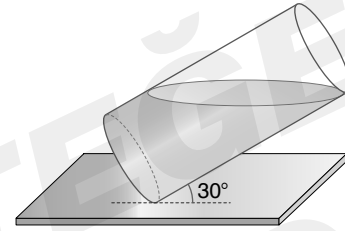
Eğik Konumdaki Silindir



Sıvı ile tam dolu olan silindir biçimindeki bir kap zeminle α açısı oluşturacak biçimde eğildiğinde dökülen suyun hacmini bulmak için şekildeki çizim yapılır. Bu durumda suyun üst yüzeyi zemine paralel ve V ile gösterilen bölgelerin hacimleri eşit olur.

α açıları iç ters açılardan eşittir.

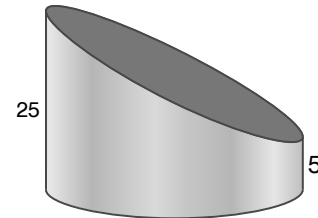
Örnek 14



Taban yarıçapı 6 cm olan silindir biçimindeki bir kap tamamen su ile doluyken, şekildeki gibi zeminle 30° lik açı oluşturacak biçimde eğilmiş ve suyun bir kısmı dökülmüştür.

Buna göre, dökülen suyun hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek 15

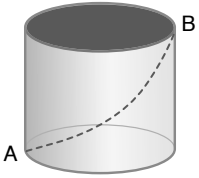


Şekildeki cisim; taban yarıçapı 10 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki bir tahtanın, bir düzlem boyunca kesilmesi ile elde edilmiştir.

Elde edilen cismin yüksekliği en az 5 cm, en fazla 25 cm olduğuna göre, hacmi kaç cm^3 tür?

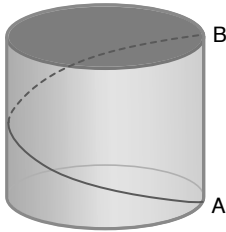


Silindir Yüzeyindeki En Kısa Yol



Bir karıncanın silindir biçimindeki yüzey üzerinde A noktasından B noktasına gidebileceği en kısa yolu bulmak için silindir açılarak düzlemsel hale getirilir.

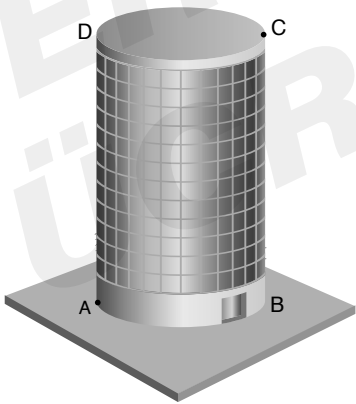
Örnek 16



Şekildeki dik dairesel silindirin A noktasında bulunan bir karınca silindirin yanal yüzeyi üzerinde 1 tur dolanarak B noktasına gidiyor.

Silindirin taban yarıçapı 10 cm ve yüksekliği 15π cm olduğuna göre, karıncanın gidebileceği en kısa yolun uzunluğu kaç cm dir?

Örnek 17

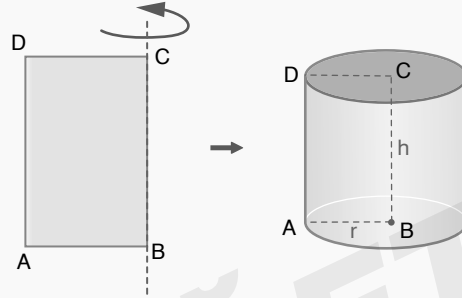


Şekildeki dik dairesel silindir biçimindeki binanın taban çevresi 80, yüksekliği 30 metredir. Binaının alt ve üst tabanlarının çapları [AB] ve [DC] olmak üzere binaının A ve C noktaları arasına binaının dış yüzeyinden bir kablo çekilecektir.

Buna göre, kablonun uzunluğu en az kaç metre olabilir?

Dönel Silindir

Dikdörtgen biçimindeki bir yüzeyin, bir kenarı etrafında 360° döndürülmesiyle bir dik dairesel silindir elde edilir. Sabit olan kenar (etrafında döndürülen kenar) yükseklik, diğer kenar ise yarıçapa eşit olur.



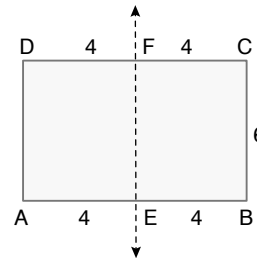
Şekildeki ABCD dikdörtgeni [BC] kenarı etrafında 360° döndürüldüğünde elde edilen cismin yarıçapı $|AB| = |DC| = r$ ve yüksekliği $|AD| = |BC| = h$ olur.

Örnek 18

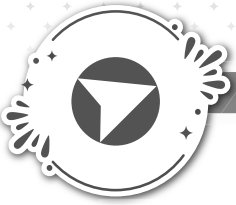


Şekildeki kenar uzunlukları 3 ve 5 birim olan ABCD dikdörtgeninin, [DC] kenarı etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi kaç birimküptür?

Örnek 19



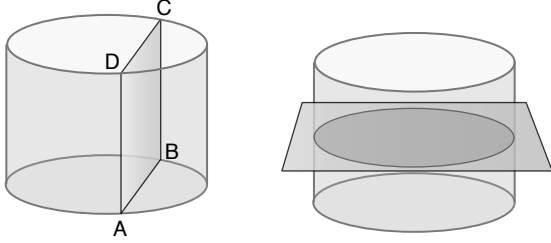
Şekildeki santimetre türünden ölçüleri verilen ABCD dikdörtgeninin, EF doğrusu etrafında 180° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi kaç cm^3 tür?



Dik Dairesel Silindir

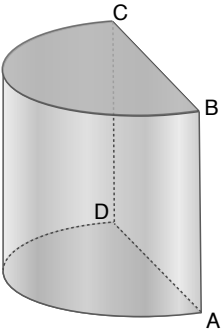


Eğik Konumdaki Silindir



Bir dik daireesel silindirin; tabanına dik bir düzlem ile arakesiti bir dikdörtgen, tabanına paralel bir düzlem ile arakesiti bir dairedir. Bu daire, silindirin tabanları ile eştir.

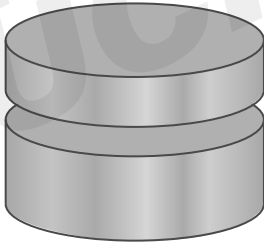
Örnek 20



Şekildeki cisim, taban çapı ile yüksekliği eşit olan dik daireesel silindir biçimindeki bir cismin, tabanına dik ve taban merkezinden geçen bir düzlem boyunca kesilmesiyle elde edilmiştir.

Elde edilen cismin hacmi $27\pi \text{ cm}^3$ olduğuna göre, alanı kaç cm^2 dir?

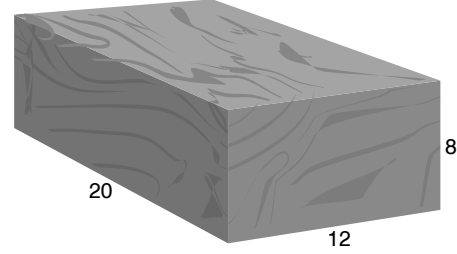
Örnek 21



Dik daireesel silindir biçimindeki bir kütük, tabanına paralel bir düzlem boyunca kesilerek şekildeki gibi iki parçaya ayrılmıştır.

Elde edilen parçaların alanlarının toplamı kütüğün kesilmeden önceki alanından 24π birimkare fazla olduğuna göre, kütüğün taban yarıçapı kaç birimdir?

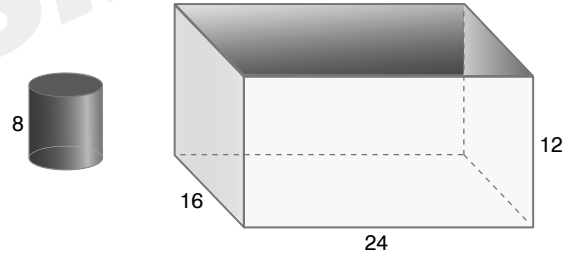
Örnek 22



Boyutları $8 \times 12 \times 20$ cm olan dikdörtgenler prizması biçimindeki bir tahta blok yontularak dik daireesel silindir haline getirilecektir.

Buna göre, elde edilecek olan silindirin hacmi en fazla kaç cm^3 olabilir?

Örnek 23



Boyutları $12 \times 16 \times 24$ cm olan dikdörtgenler prizması biçimindeki bir kolinin içine, taban yarıçapı 3 cm ve yüksekliği 8 cm olan dik daireesel silindir biçimindeki cisimler yerleştirilip kapakları kapatılacaktır.

Buna göre, koliye bu cisimlerden en fazla kaç tane yerleştirilebilir?