



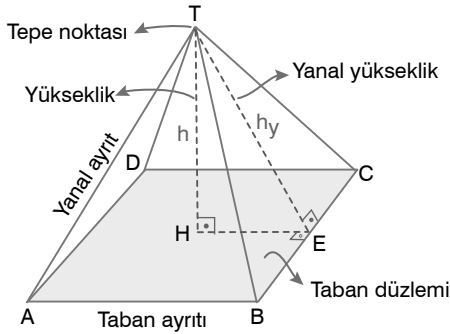
bölüm 2

DİK PİRAMİTLER

Dik Piramit

Bir çokgenin tüm noktalarının, çokgenin bulunduğu düzlemin dışındaki bir noktaya birleştirilmesi ile elde edilen şekle piramit denir.

Çokgensel bölgeye piramidin tabanı, dışındaki noktaya da piramidin tepe noktası denir.



Piramitlerin yanal yüzleri birer üçgendir.

Piramidin yüksekliği, tepe noktasından taban düzlemine çizilen diktir.

Dik piramitlerde, tepe noktasından taban düzlemine indirilen dikme (yükseklik), tabanın ağırlık merkezinden geçer.

Dik piramitlerin yanal ayrıtlarının uzunlukları eşit, yan yüzleri de birer ikizkenar üçgendir.

THE dik üçgeninde Pisagor bağıntısından; $|TE|^2 = |TH|^2 + |HE|^2$

Piramitler, tabanı oluşturan şeklin ismiyle adlandırılır.

Örneğin, üçgen piramit, kare piramit, altıgen piramit gibi.

Bir dik piramidin tabanı düzgün çokgen ise bu tür piramitlere düzgün piramit denir.

Düzgün piramitlerin yan yüzleri eş ikizkenar üçgenlerdir.

Yanal yükseklik taban kenarını iki eşit parçaya böler.

Piramidin Hacmi ve Alanı

Piramidin hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımının 3'e bölümüne eşittir.

$$\text{Hacim} = \frac{1}{3} \cdot \text{Taban alanı} \cdot \text{Yükseklik}$$

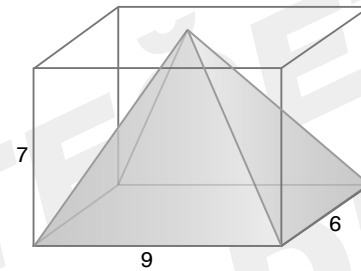
Piramidin alanı, taban alanı ile yanal alanlarının toplamına eşittir.

Yanal alan bulunurken yanal yükseklikler kullanılır.

Örnek 1

Taban alanı 20 birimkare ve yüksekliği 6 birim olan bir piramidin hacmi kaç birimküptür?

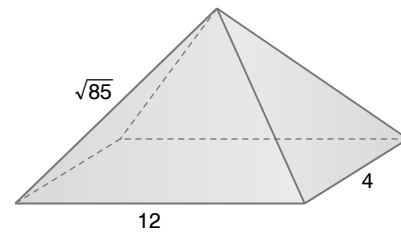
Örnek 2



Şekilde; santimetre türünden ölçüleri verilen dikdörtgenler prizmasının içine, tabanları eş ve çakışık olan bir piramit yerleştirilmiştir. Piramidin tepe noktası prizmanın üst yüzeyindedir.

Buna göre, piramidin hacmi kaç santimetreküptür?

Örnek 3



Şekildeki; taban ayrıtlarının uzunlukları 4 ve 12 birim, yanal ayrıtlarının uzunluğu $\sqrt{85}$ birim olan dikdörtgen dik piramidin alanı kaç birimkaredir?



Dik Piramitler

Kare Dik Piramit

Tabanı kare olan düzgün piramlara kare dik piramit denir.

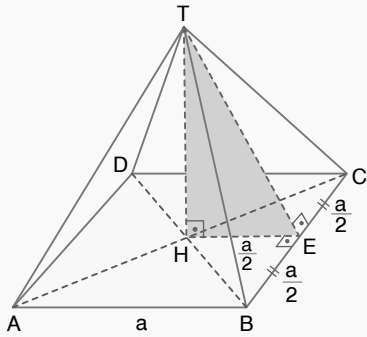
Yanal yüzeyi oluşturan üçgenler eş ikizkenar üçgenlerdir.

Tepe noktasından tabana indirilen dikme tabanın ağırlık merkezinden geçer.

Tabanın ağırlık merkezi, köşegenlerinin kesişim noktasıdır.

Yanal yükseklik, taban kenarını iki eşit parçaya böler.

Şekilde H noktası tabanın ağırlık merkezidir. [TH] taban düzlemine dik, aynı zamanda tabandaki doğrulara da diktir.



$$[TH] \perp [HE]$$

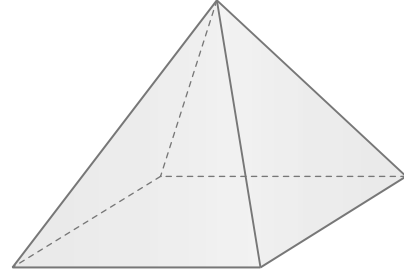
$$[TE] \perp [BC]$$

$$[HE] \perp [BC]$$

Taban ayrıtı a ise $|HE| = |BE| = |EC| = \frac{a}{2}$ olur.

THE dik üçgeninde Pisagor bağıntısı uygulanabilir.

Örnek 5



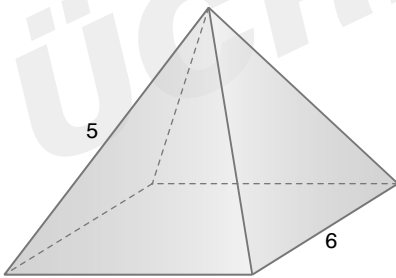
Şekildeki kare dik piramidin taban alanı 36 birimkare ve yanal alanı 60 birimkare olduğuna göre, hacmi kaç birimküptür?

Örnek 6



Şekilde verilen kare dik piramit biçimindeki çadırın yüksekliği 2 metre ve hacmi 6 metreküp olduğuna göre, bu çadırın yapımında tabanı dahil olmak üzere en az kaç metrekare kumaş kullanılmıştır?

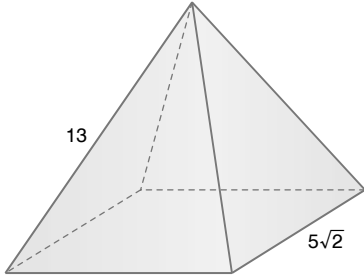
Örnek 4



Şekildeki; taban ayrıtının uzunluğu 6 birim, yanal ayrıtının uzunluğu 5 birim olan kare dik piramidin alanı kaç birimkaredir?



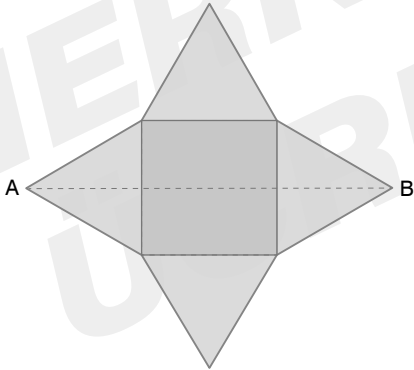
Örnek 7



Şekildeki santimetre türünden ölçüleri verilen kare dik piramit biçimindeki cisim tepe noktasından geçen ve tabanına dik olan bir düzlem boyunca kesiliyor.

Buna göre, arakesit yüzeyinin alanı en fazla kaç cm^2 olabilir?

Örnek 8



Şekilde bir kare dik piramidin açılımı verilmiştir.

Bu açılımın çevresi $8\sqrt{13}$ cm ve $|AB| = 10$ cm olduğuna göre, piramidin yüksekliği kaç cm dir?

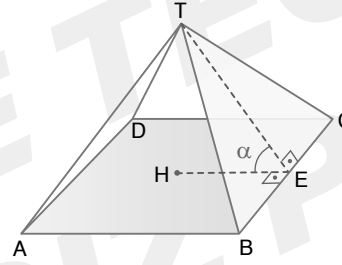
Örnek 9

Yanal yüzleri birer eşkenar üçgen olan bir kare dik piramidin tüm ayrıtlarının uzunlukları toplamı 48 birim olduğuna göre, hacmi kaç birimküptür?



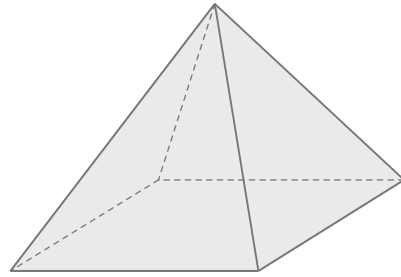
Düzlemler Arasındaki Açı

Kesişen iki düzlem arasındaki açı, bu düzlemler üzerinde olan ve arakesit doğrusuna aynı noktada dik olan iki doğru arasındaki açıdır. Bu açığa ölçek açısı denir.



Şekildeki (T,ABCD) piramidinde; TBC düzlemi ile taban düzlemi arasındaki açının ölçüsü, $m(\widehat{TEH}) = \alpha$ dır.

Örnek 10



Şekildeki kare dik piramidin yan yüzleri ile taban düzlemi arasındaki açının ölçüsü 60° dir.

Piramidin alanı 108 cm^2 olduğuna göre, hacmi cm^3 tür?

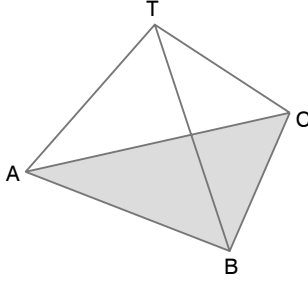


Dik Piramitler

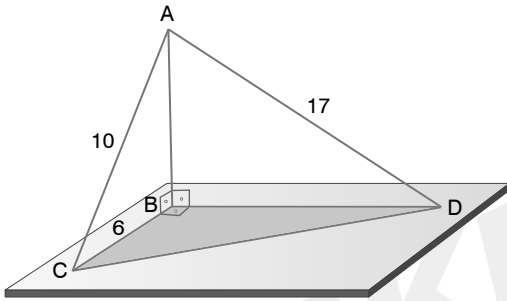
Üçgen Piramit

Yüzeyleri birer üçgen olan piramide üçgen piramit denir.

Üçgen dik piramitte yükseklik tabanın ağırlık merkezinden geçer.



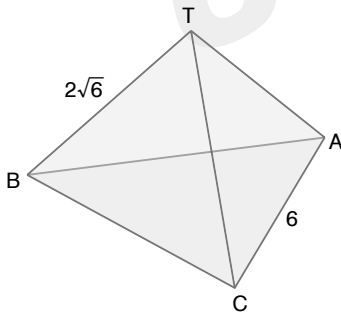
Örnek 11



$$\begin{aligned} [AB] &\perp [BC] \\ [AB] &\perp [BD] \\ [BD] &\perp [BC] \\ |AC| &= 10 \text{ cm} \\ |AD| &= 17 \text{ cm} \\ |BC| &= 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

Şekildeki üçgen piramidin hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek 12



Şekildeki eşkenar üçgen dik piramitte ABC eşkenar üçgen

$$|TB| = 2\sqrt{6} \text{ birim}$$

$$|AC| = 6 \text{ birim}$$

olduğuna göre,

piramidin hacmi kaç birimküptür?

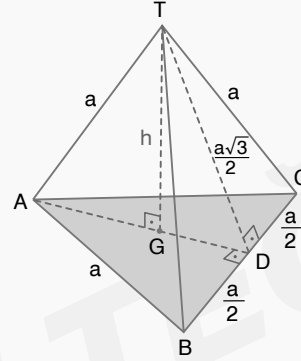
Düzgün Dörtüzlü

Dört yüzü de birer eşkenar üçgen olan üçgen piramide düzgün dörtüzlü denir. Bu eşkenar üçgenler eşittir.

Düzgün dörtüzlünün 6 ayrıtı da eşittir.

Tepe noktasından tabana çizilen dikme, tabanın ağırlık merkezinden geçer.

Alanı, 4 tane eşkenar üçgenin alanları toplamına eşittir.



Bir ayrıtı a olan düzgün dörtüzlüde;

$$\text{Alan} = a^2\sqrt{3}$$

$$\text{Yükseklik: } h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Hacim} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

olur.

Örnek 13

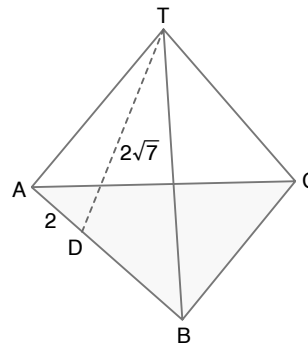
Bir ayrıtının uzunluğu 6 birim olan bir düzgün dörtüzlünün

a. Alanı kaç birimkaredir?

b. Hacmi kaç birimküptür?

c. Yüksekliği kaç birimdir?

Örnek 14



Şekildeki düzgün dörtüzlüde

$$|TD| = 2\sqrt{7} \text{ birim}$$

$$|AD| = 2 \text{ birim}$$

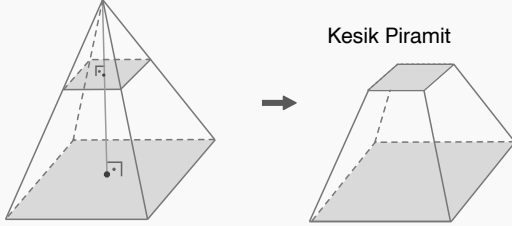
olduğuna göre,

düzgün dörtüzlünün tüm ayrıtlarının uzunluklarının toplamı kaç birimdir?



Kesik Piramit

Bir piramidin, tabanına paralel bir düzlemle kesilmesi sonucu arakesit düzlemi ile taban arasında kalan cisme kesik piramit denir.



Soldaki piramit, tabanına paralel bir düzlem boyunca kesilmeyle sağdaki kesik piramit elde edilmiştir.

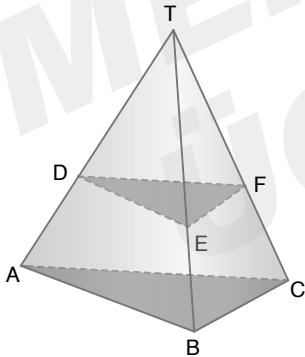
Üst kısımdaki küçük piramit ile tüm piramit benzerdir.

Benzerlik oranı; yüksekliklerinin oranına, yanal ayrıtlarının oranına ve taban ayrıtlarının oranına eşittir.

Düzgün piramidin kesilmesiyle elde edilen bir kesik piramidin yan yüzleri birer ikizkenar yamuk olur.

Benzer cisimlerin alanlarının oranı benzerlik oranının karesine, hacimlerinin oranı ise benzerlik oranının küpüne eşittir.

Örnek 15

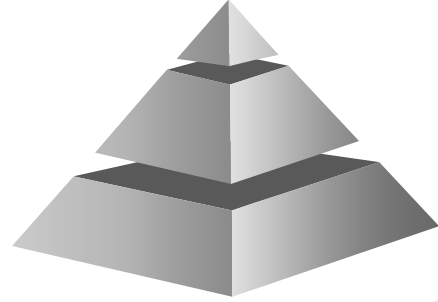


Şekildeki (T, ABC) piramidinde;
DEF ile ABC yüzeyleri paraleldir.
 $|TD| = 2|DA|$ olduğuna göre,

- $\frac{\text{Hacim}(T, DEF)}{\text{Hacim}(T, ABC)}$ oranı kaçtır?
- $\frac{\text{Alan}(DEF)}{\text{Alan}(ABC)}$ oranı kaçtır?

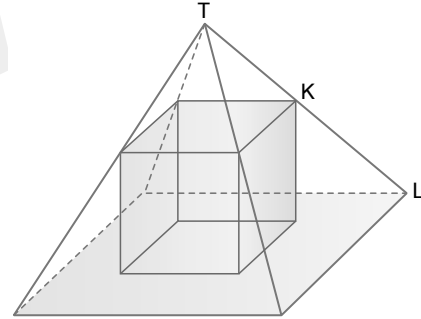
Örnek 16

Şekildeki piramit, tabanına paralel düzlemler boyunca kesilerek yükseklikleri eş olan 3 parçaya ayrılmıştır.



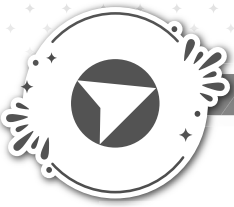
Ortadaki parçanın hacmi 14 birimküp olduğuna göre, en alttaki parçanın hacmi kaç birimküptür?

Örnek 17



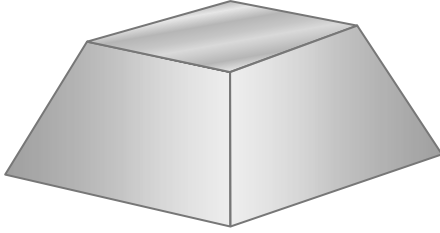
Şekilde, bir kare dik piramidin içine, tabanları çakışık ve üst köşeleri piramidin yanal ayrıtlarının orta noktalarında olan bir küp yerleştirilmiştir.

Küpün hacmi 216 cm^3 olduğuna göre, piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



Dik Piramitler

Örnek 18

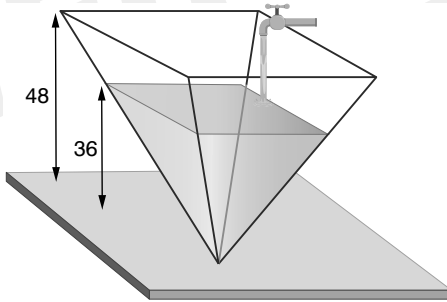


Şekildeki kesik piramit biçimindeki cisim; bir kare dik piramidin, tabanına paralel bir düzlem boyunca kesilmesiyle elde edilmiştir.

Cismin alt ve üst taban alanları 64 ve 16 birimkare, hacmi 112 birimküpe olduğuna göre, yanal alanı kaç birimkaredir?

Örnek 19

Aşağıdaki şekilde tabanı zemine paralel olan piramit biçimindeki kap, bir musluk yardımıyla su ile doldurulmaktadır.

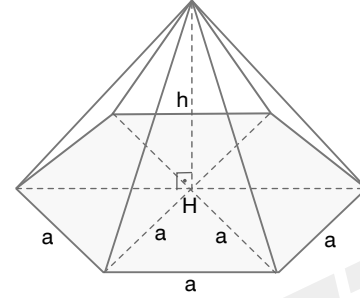


Musluk açıldıktan 54 saniye sonra kaptaki suyun yüksekliği 36 cm olmaktadır.

Yüksekliği 48 cm olan kabın tamamen dolması için musluğun kaç saniye daha açık kalması gerekir?

Düzgün Altıgen Piramit

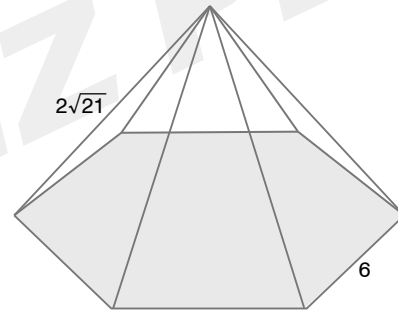
Düzgün altıgen dik piramidin tabanının uzun köşegenleri çizildiğinde altıgeni 6 tane eşkenar üçgene ayırır. Yükseklik, bu köşegenlerin kesişim noktasına, yani ağırlık merkezine iner.



Yan yüzlerde 6 tane eş ikizkenar üçgen vardır.

Yanal ayrıtların uzunlukları eşittir.

Örnek 20



Şekildeki düzgün altıgen dik piramidin taban ayrıtlarının uzunluğu 6 birim ve yanal ayrıtlarının uzunluğu $2\sqrt{21}$ birimdir.

Buna göre,

a. Piramidin alanı kaç birimkaredir?

b. Piramidin hacmi kaç birimküptür?