



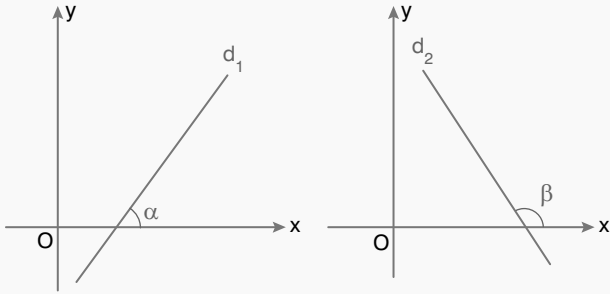
bölüm 2

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

Doğrunun Eğimi

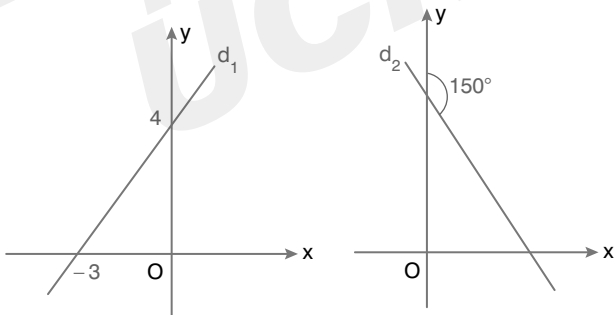
Bir doğrunun x eksenine pozitif yönde yapmış olduğu açıya doğrunun eğim açısı denir.

Bir doğrunun eğim açısının tanjant değerine doğrunun eğimi denir ve eğim m ile gösterilir.



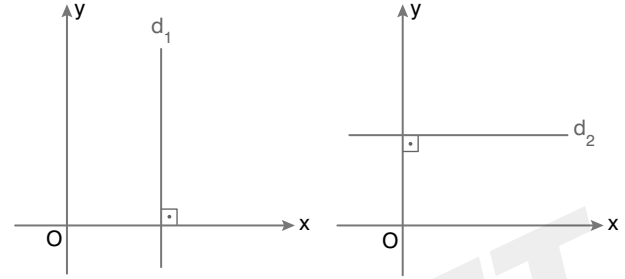
Şekildeki d_1 doğrusunun eğim açısı α ise eğimi $m_1 = \tan \alpha$ ve d_2 doğrusunun eğim açısı β ise eğimi $m_2 = \tan \beta$ olur.

Örnek 1



Şekildeki verilere göre, d_1 ve d_2 doğrusunun eğimleri kaçtır?

BİLGİ



d_1 doğrusunun eğim açısı 90° olduğundan

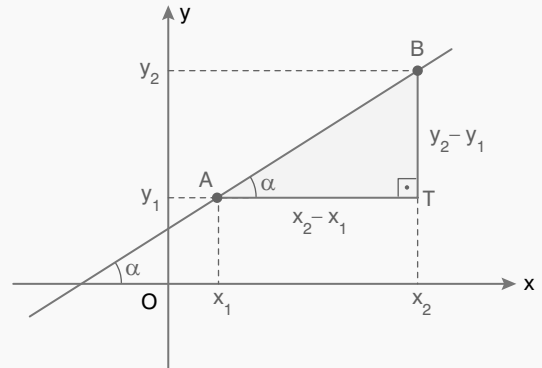
$m_1 = \tan 90^\circ = \text{tanımsız}$ olur.

d_2 doğrusunun eğim açısı 0° olduğundan

$m_2 = \tan 0^\circ = 0$ olur.

İki Noktası Bilinen Doğrunun Eğimi

Analitik düzlemde AB doğrusu üzerinde $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları alalım.



AB doğrusunun x eksenine yaptığı açı α olsun.

Yöndeş açılardan $m(\widehat{BAT}) = \alpha$ olur.

ABC dik üçgeninde; $\tan \alpha = \frac{|BT|}{|AT|} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ olur.



Doğrunun Analitik İncelenmesi

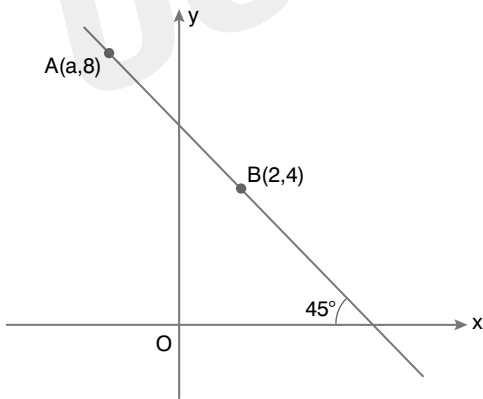
Örnek 2

$A(4, -1)$ ve $B(-4, 5)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?

Örnek 3

$A(3, -2)$, $B(2, k)$ ve $C(-3, 4)$ noktaları doğrusal olduğuna göre, k kaçtır?

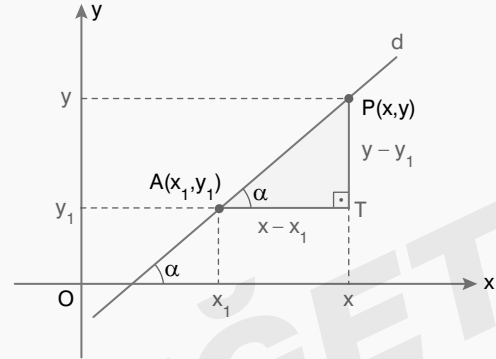
Örnek 4



Şekilde verilenlere göre, a kaçtır?

Eğimi ve Bir Noktası Bilinen Doğru Denklemi

Eğimi m olan ve $A(x_1, y_1)$ noktasından geçen doğrunun denklemi, doğru üzerinde değişken bir $P(x, y)$ noktası alınarak bulunur.



Şekildeki d doğrusunun üzerinde bir $A(x_1, y_1)$ noktası alalım.

Doğrunun eğim açısı α olsun.

PAT dik üçgeninden doğrunun eğimi

$$m = \tan \alpha = \frac{|PT|}{|AT|} = \frac{y - y_1}{x - x_1} \text{ olur.}$$

Eğimi m olan ve (x_1, y_1) noktasından geçen doğrunun denklemi

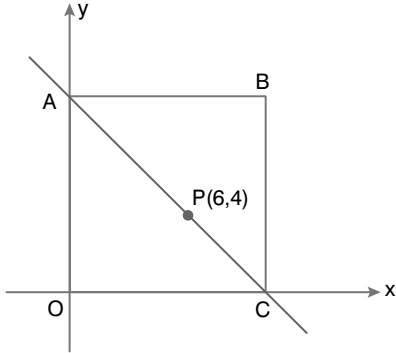
$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \text{ veya } y - y_1 = m(x - x_1) \text{ olur.}$$

Örnek 5

Eğimi 3 olan ve $A(4, -3)$ noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

Örnek 6

Eğim açısı 120° olan ve $A(2, 1)$ noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

**Örnek 7**

Şekilde ABCO bir kare olduğuna göre, AC doğrusunun denklemi nedir?

Denklemleri Bilinen Doğrunun Eğimi

$y = mx + n$ tipi denklemlerde eğim, x in katsayısı olan m dir.

$ax + by + c = 0$ tipi denklemlerde eğim, x in katsayısının y nin katsayısına oranının ters işaretlisidir.

Veya; y yi yalnız bırakırsak x in katsayısı eğim olur.

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ den eğim $m = -\frac{a}{b}$ olur.

Örnek 8

$3x + 5y - 12 = 0$ doğrusunun eğimi kaçtır?

Örnek 9

$4y = 2x + 5$ doğrusunun eğimi kaçtır?

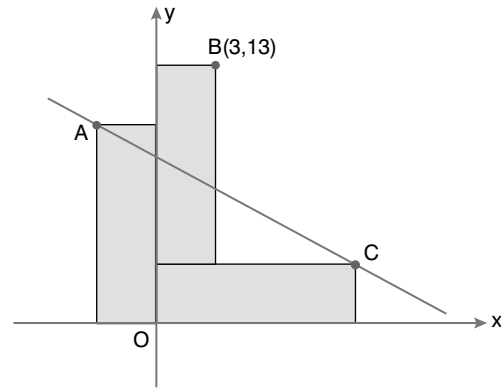
İki Noktası Bilinen Doğru Denklemi

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi için önce AB doğrusunun eğimi bulunur. Daha sonra eğimi ve bir noktası bilinen doğru denklemi gibi yazılır.

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ ve denklem } \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{x - x_1} \text{ olur.}$$

Örnek 10

Dik koordinat düzleminde verilen $A(1, 2)$ ve $B(-4, -3)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi nedir?

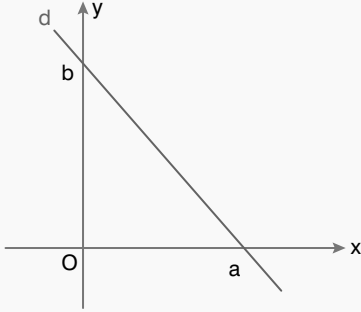
Örnek 11

Şekildeki eş dikdörtgenlerin A ve C köşelerinden geçen doğrunun denklemi nedir?



Doğrunun Analitik İncelenmesi

Eksenleri Kestiği Noktaları Bilinen Doğru Denklemi



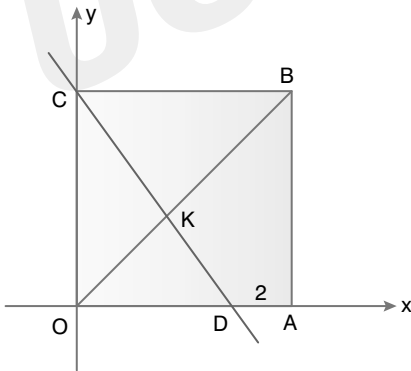
Dik koordinat düzleminde eksenleri a ve b noktalarında kesen d doğrusunun denklemi

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ şeklinde bulunabilir.}$$

Örnek 12

Eksenleri A(4, 0) ve B(0, 3) noktalarında kesen doğrunun denklemi nedir?

Örnek 13



Şekilde ABCO bir kare, [OB] köşegen ve $2|CK| = 3|KD|$ olduğuna göre, CD doğrusunun denklemi nedir?



Doğrunun Grafiğinin Çizimi

Bir doğrunun grafiğini çizebilmek için doğrunun üzerindeki iki noktayı bilmek yeterlidir.

Bu noktalar doğrunun x ve y eksenlerini kestiği noktalar olarak seçilirse işlemlerimiz daha kolay olur.

$ax + by + c = 0$ tipindeki doğru denklemlerinde

$x = 0$ yazarak y eksenini kestiği noktayı ve $y = 0$ yazarak x eksenini kestiği noktayı buluruz. Bu noktaları birleştirerek doğrunun grafiğini çizeriz.

Örnek 14

$5x + 4y - 20 = 0$ doğrusunun analitik düzlemdeki grafiğini çizelim.

Örnek 15

$$3x - 2y + 12 = 0$$

$$3x + 4y - 24 = 0$$

doğruları ile x eksenini arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?



BİLGİ

$y = mx + n$ tipindeki doğru denklemlerinde;
 m eğim ve n , doğrunun y eksenini kestiği noktanın ordinatıdır.
 $y = mx$ tipindeki doğru denklemleri orijinden geçen doğrulardır.

Örnek 16

$y = 4x - 12$ doğrusunun analitik düzlemdeki grafiğini çizelim.

Eksenlere Dik Olan Doğrular

$x = a$ tipindeki doğrular x eksenine dik ve y eksenine paralel olan doğrulardır.

$x = a$ doğrusu x eksenini apsisi a olan noktada keser.

$y = b$ tipindeki doğrular y eksenine dik ve x eksenine paralel olan doğrulardır.

$y = b$ doğrusu y eksenini ordinatı b olan noktada keser.

Örnek 18

$x = 4$, $x = -2$, $y = -6$ ve $y = 5$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

BİLGİ

$y = x$ doğrusu 1. açıortay doğrusu ve
 $y = -x$ doğrusu 2. açıortay doğrusudur.

Örnek 17

Dik koordinat düzleminde; bir köşesi orijinde, diğer köşeleri ise $y = x$ ve $y = -x$ doğruları üzerinde olan bir üçgenin kenarortayları $(1, 3)$ noktasında kesişmektedir.

Buna göre, bu üçgenin alanı kaç birimkaredir?

BİLGİ

Bir nokta bir doğru denklemini sağlıyorsa o nokta doğrunun üzerindedir.

Örnek 19

$K(-4, 2)$ noktası $kx - 2y - 24 = 0$ doğrusunun üzerinde olduğuna göre, doğrunun eğimi kaçtır?



Doğrunun Analitik İncelenmesi

İki Doğrunun Birbirine Göre Durumu

$$d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \text{ ve}$$

$$d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \text{ olsun.}$$

Çakışık Doğrular

Tüm noktaları ortak olan doğrulara çakışık doğrular denir.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \text{ ise doğrular çakışiktır.}$$

Örnek 20

$$ax - 3y + 8 = 0$$

$$2x - 4y + b = 0$$

doğruları çakışık olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

Paralel Doğrular

Eğimleri birbirine eşit olan ve hiç bir ortak noktası olmayan doğrulardır.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \text{ veya } m_1 = m_2 \text{ ise doğrular paraleldir.}$$

Örnek 21

$$ax + 2y + 5 = 0$$

$$3x - 5y + 2 = 0$$

doğruları paralel olduğuna göre, a kaçtır?

Örnek 22

$4x + 5y - 10 = 0$ doğrusuna paralel olan ve $A(2, -1)$ noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

Dik Doğrular

Eğimleri çarpımı -1 olan doğrulardır.

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \text{ ise doğrular diktir.}$$

Örnek 23

$$3x + y + 2 = 0$$

$$4x - ky + 6 = 0$$

doğruları dik olduğuna göre, k kaçtır?

Örnek 24

$x - 2y - 3 = 0$ doğrusuna dik olan ve $K(-3, 5)$ noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

**Kesişen Doğrular**

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ise doğrular bir noktada kesişir.

İki doğrunun kesişim noktasının koordinatlarını, iki denklemin ortak çözümünden bulabiliriz.

Örnek 25

$$x - y + 8 = 0$$

$$2x + y + 4 = 0$$

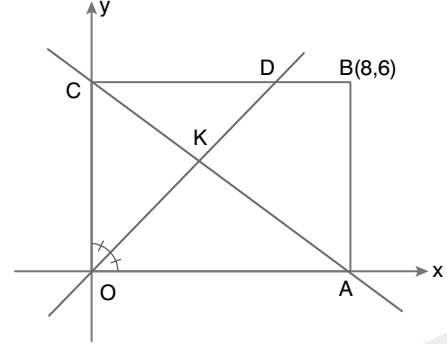
doğrularının kesişim noktasının koordinatları nedir?

Örnek 26

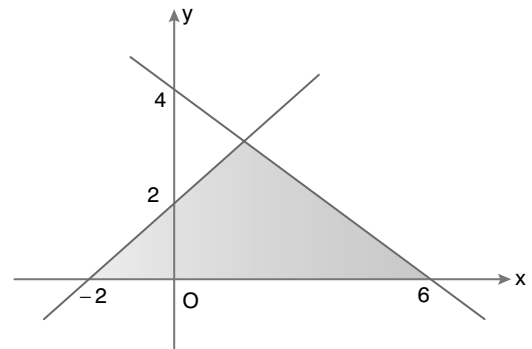
$$3x - 2y + 6 = 0$$

$$x - 3y - 5 = 0$$

doğrularının kesişim noktasının koordinatları nedir?

Örnek 27

Şekilde ABCO bir dikdörtgen ve OD açıortay olduğuna göre, K noktasının koordinatları nedir?

Örnek 28

Şekildeki verilere göre, boyalı üçgenin alanı kaç birimkaredir?



Doğrunun Analitik İncelenmesi

Bir Noktanın Bir Doğruya Uzaklığı

$K(x_1, y_1)$ noktasının $ax + by + c = 0$ doğrusuna uzaklığı d olsun.

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ olur.}$$

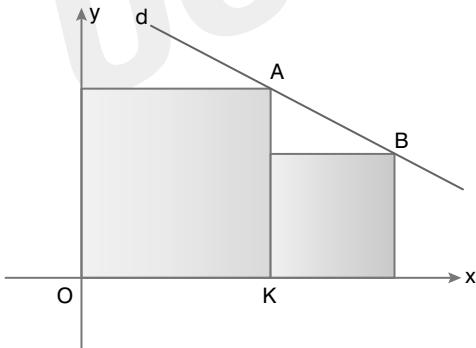
Örnek 29

$P(-3, 2)$ noktasının $3x - 4y + 2 = 0$ doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?

Örnek 30

$P(-1, 3)$ noktasının $2x - y + k = 0$ doğrusuna uzaklığı $3\sqrt{5}$ birim olduğuna göre, k 'nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

Örnek 31



Şekildeki karelerin alanları 36 ve 16 birimkare olduğuna göre, K noktasının A ve B köşelerinden geçen d doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?

Paralel İki Doğru Arasındaki Uzaklık

$$ax + by + c_1 = 0$$

$$ax + by + c_2 = 0$$

doğruları arasındaki uzaklık d olsun.

$$d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ olur.}$$

Örnek 32

$$3x - 4y + 18 = 0$$

$$3x - 4y - 12 = 0$$

doğrularının arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Örnek 33

$$8x - 15y + 16 = 0$$

$$16x - 30y - 36 = 0$$

doğrularının arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Örnek 34

İki kenarı;

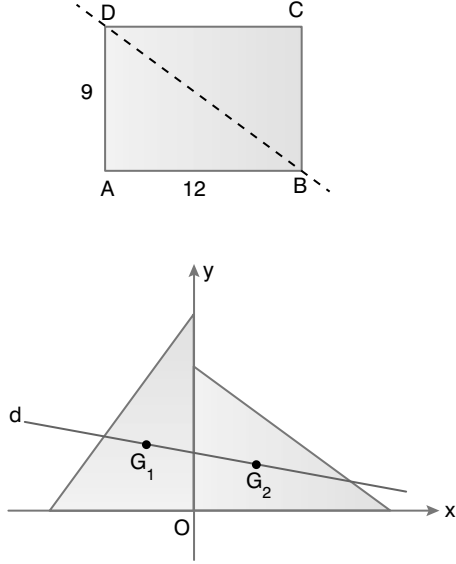
$$3x - y + 8 = 0$$

$$3x - y - 2 = 0$$

doğruları üzerinde olan bir karenin alanı kaç birimkaredir?

**Örnek 35**

Şekilde kenar uzunlukları 9 ve 12 birim olan ABCD dikdörtgeni biçimindeki kâğıt, DB köşegeni boyunca kesilerek iki parçaya ayrılıyor.

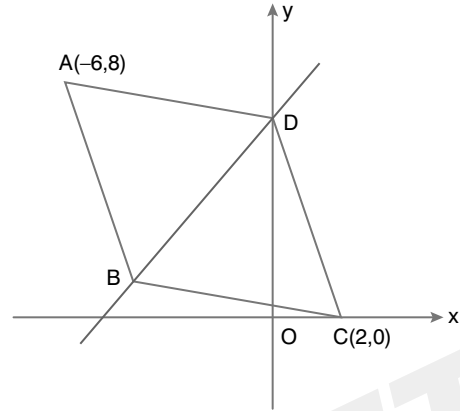


Bu parçalar dik koordinat düzlemine yerleştirildiğinde G_1 ve G_2 üçgenlerin ağırlık merkezi olduğuna göre, d doğrusunun denklemi nedir?

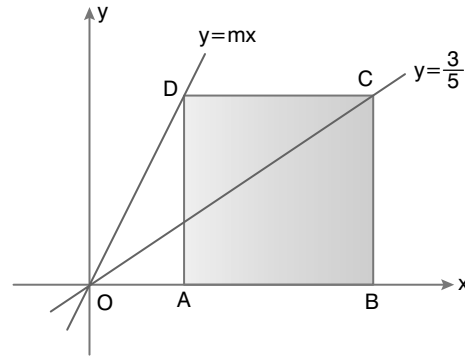
Örnek 36

Dik koordinat düzleminde bir köşesi orijinde olan bir üçgenin ağırlık merkezi $(8, 0)$ noktası, diklik merkezi ise $(10, 0)$ noktasıdır.

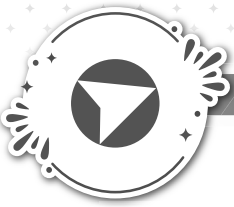
Buna göre, bu üçgenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek 37

Şekilde ABCD eşkenar dörtgen olduğuna göre, BD doğrusunun denklemi nedir?

Örnek 38

Şekilde ABCD kare olduğuna göre, m kaçtır?



Doğrunun Analitik İncelenmesi

Örnek 39

Dik koordinat düzleminde, $A(-2, 3)$ noktasında dik kesişen iki doğrunun eğimleri toplamı $\frac{8}{3}$ olarak hesaplanıyor.

Bu iki doğrunun x -eksenini kestiği noktalar B ve C noktaları olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

Örnek 40

Dik koordinat düzleminin ikinci bölgesinde bulunan ve kenarları koordinat eksenlerine paralel olan bir karenin köşegenleri $(-6, 7)$ noktasında kesişmektedir.

Bu karenin orijine en yakın köşesinin orijine uzaklığı 5 birim olduğuna göre, karenin alanı kaç birimkaredir?

Örnek 41

a ve b gerçel sayılar olmak üzere; dik koordinat düzleminde, birbirine dik olan

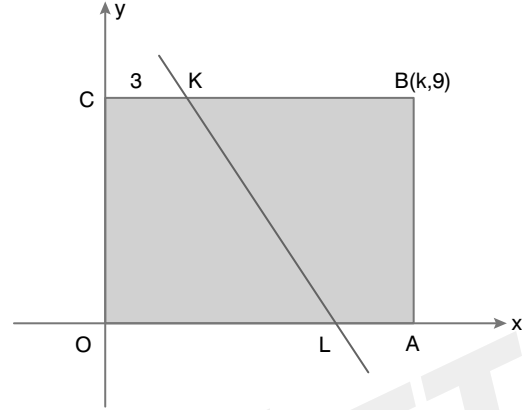
$$4y = 3x + a$$

$$by = 8x - 6$$

doğruları y -ekseni üzerindeki bir noktada kesişmektedir.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

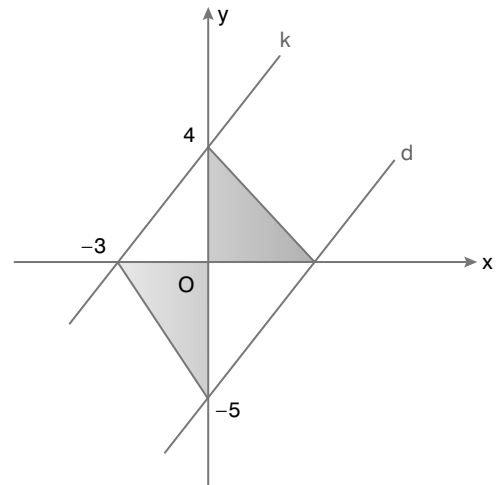
Örnek 42



Şekildeki KL doğrusu, çevre uzunluğu 42 birim olan $ABCO$ dikdörtgeninin alanını iki eş parçaya böldüğüne göre, denklemi nedir?

Örnek 43

Şekildeki dik koordinat düzleminde d ve k doğrularının eksenleri kestiği noktalar verilmiştir.



Şekildeki boyalı olan iki üçgenin alanı birbirine eşittir.

Buna göre, d doğrusunun denklemi nedir?