



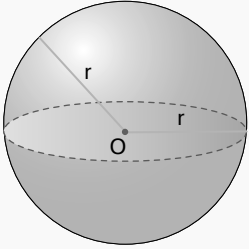
bölüm 5

KÜRE VE BİRLEŞİK CİSİMLER

Küre

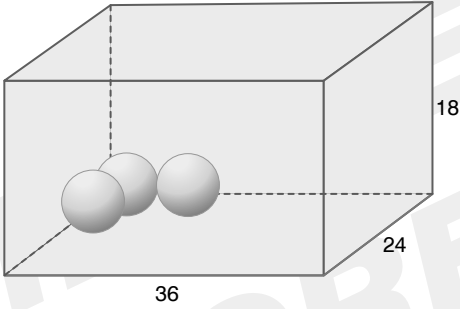
Uzayda sabit bir noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesine küre yüzeyi, küre yüzeyi ile sınırlanan cisme küre denir.

Sabit nokta (O) kürenin merkezi, sabit uzaklık (r) kürenin yarıçapıdır.



Kürenin merkezinden geçen düzlemle kürenin ara kesitine, kürenin en büyük dairesi denir.

Örnek 1



Şekildeki $18 \times 24 \times 36$ birim boyutlarındaki dikdörtgenler prizması biçimindeki kutunun içine, yarıçapı 3 birim olan küre biçimindeki cisimlerden en fazla kaç tane yerleştirilebilir?

Kürenin Alanı ve Hacmi

Yarıçapı r olan bir kürenin;

$$\text{Alanı} = 4\pi r^2$$

$$\text{Hacmi} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Örnek 2

Alanı 48π birimkare olan bir kürenin hacmi kaç birimküptür?

Örnek 3



Şekildeki futbol topunun hacmi $\frac{4000\pi}{3}$ birimküp olduğuna göre, dış yüzeyinin alanı kaç birimkaredir?

Örnek 4

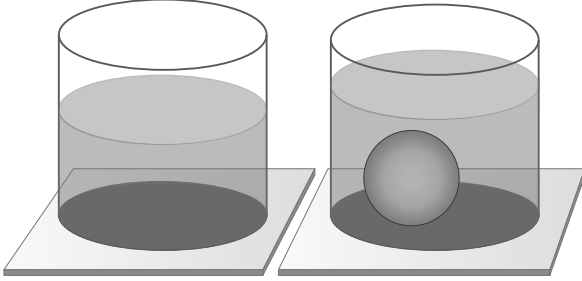
Yarıçapı 20 birim olan metal bir küre eritilerek yarıçapı 5 birim olan küre biçiminde bilyeler yapılıyor.

Buna göre, kaç tane bilye elde edilir?



Küre ve Birleşik Cisimler

Örnek 5



Yarıçapı 6 birim olan dik dairesel silindirin içinde bir miktar su varken suyun içine 3 birim yarıçaplı küre biçiminde bir demir bilye atılıyor.

Buna göre, su yüksekliği ilk durumuna göre kaç birim artmıştır?

Örnek 6

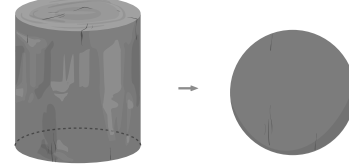
Hacmi 64 cm^3 olan bir küpün içine yerleştirilebilecek olan en büyük kürenin alanı kaç cm^2 dir?

Örnek 7



Şekildeki içi dolu yarım küre biçimindeki cismin hacmi 144π birimküp olduğuna göre, alanı kaç birimkaredir?

Örnek 8



Yüksekliği 10 birim ve hacmi 90π birimküp olan dik dairesel silindir biçimindeki bir kütük yontularak küre biçiminde bir cisim elde ediliyor.

Buna göre, elde edilen kürenin hacmi en fazla kaç birimküp olabilir?

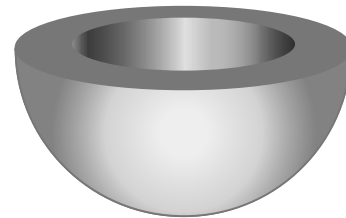
Örnek 9

Dik dairesel silindir biçimindeki bir kap yarım küre biçimindeki bir kap yardımıyla su ile doldurulacaktır.

Kapların her birinin yarıçapı 6 birim ve silindirin yüksekliği 12 birimdir.

Silindirin tam olarak dolması için yarım küre biçimindeki kap en az kaç defa doldurulmalıdır?

Örnek 10



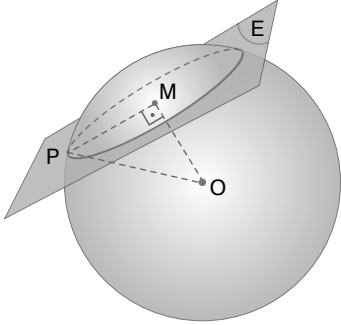
Şekildeki cisim, yarıçapı $4\sqrt{3}$ birim olan içi dolu bir yarım küreden, yarıçapı $3\sqrt{3}$ birim olan bir yarım kürenin kesilip çıkarılmasıyla elde edilmiştir.

Buna göre, elde edilen bu cismin alanı kaç birimkaredir?



Örnek 11 Küre ile Düzlemin Arakesiti

Bir küre ile bir düzlemin arakesiti dairedir.



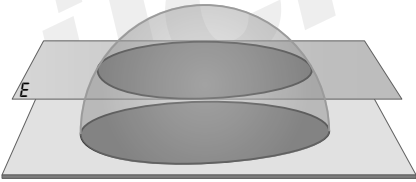
Şekildeki O merkezli küre, E düzlemi boyunca kesildiğinde arakesit yüzeyi M merkezli ve [MP] yarıçaplı dairedir.

[OM] $\perp$ E ve [OM] $\perp$ MP olur. Kürenin yarıçapı [OP] dir.

OMP dik üçgeninde Pisagor bağıntısı yazılabilir.

Örnek 12

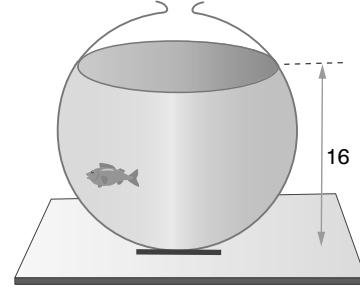
Yarıçapı 7 birim olan küre biçimindeki bir cismin, merkezinden 5 birim uzaklıktaki bir düzlem ile arakesit yüzeyinin alanı kaç birimkaredir?



Şekildeki yarım küre biçimindeki cisim, en büyük dairesine paralel olan E düzlemi ile kesilmiştir. Cismin yarıçapı 6 birim ve arakesit yüzeyinin yarıçapı 4 birimdir.

Buna göre, E düzleminin zemine uzaklığı kaç birimdir?

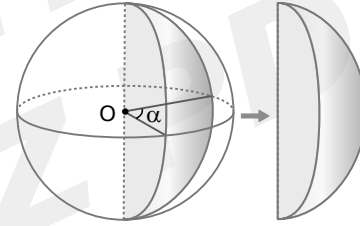
Örnek 13



Şekildeki küre biçimindeki akvaryumun içinde bulunan suyun yüksekliği 16 birimdir.

Suyun üst yüzeyinin alanı 64π birimkare olduğuna göre, akvaryumun hacmi kaç birimküptür?

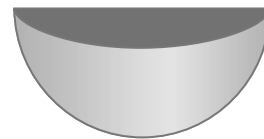
Örnek 14 Küre Dilimi



Şekildeki gibi; α merkez açılı bir küre diliminin hacmi bulunurken, dairede olduğu gibi kürenin hacmi $\frac{\alpha}{360^\circ}$ ile çarpılır.

Küre biçimindeki yüzeyin alanı için kürenin alanı $\frac{\alpha}{360^\circ}$ ile çarpılır.

Örnek 14



Şekilde; küre biçimindeki bir karpuzun, merkezinden geçen iki düzlem boyunca kesilmesiyle elde edilen 4 eş diliminden biri verilmiştir.

Karpuzun yarıçapı 10 cm olduğuna göre, elde edilen bu dilimin alanı kaç birimkaredir?

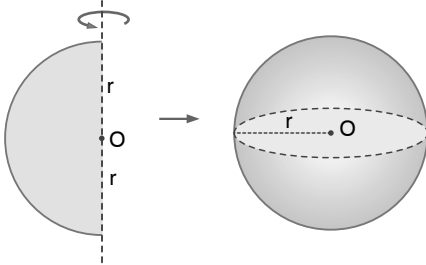


Küre ve Birleşik Cisimler

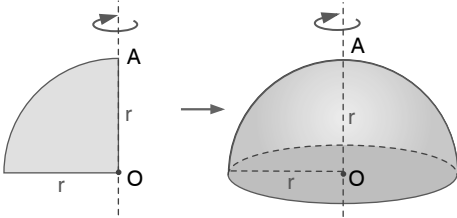


Dairesel Yüzeylerin Döndürülmesi

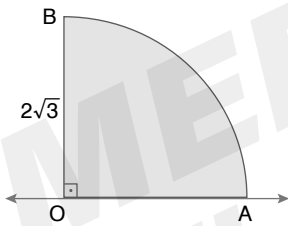
Bir yarım dairenin çapı etrafında 360° döndürülmesiyle veya bir dairenin çapı etrafında 180° döndürülmesiyle küre elde edilir.



Bir çeyrek dairenin, aşağıdaki gibi yarıçapı etrafında 360° döndürülmesiyle yarım küre elde edilir.



Örnek 15



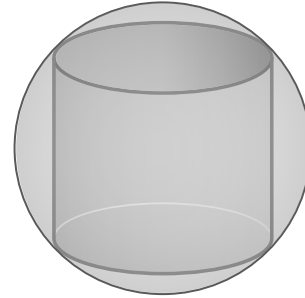
Şekildeki yarıçapı $2\sqrt{3}$ cm olan O merkezli çeyrek dairenin, OA doğrusu etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi kaç cm^3 tür?

Örnek 16

$|AB| = 12$ birim olmak üzere verilen $[AB]$ çaplı bir yarım dairenin, AB doğrusu etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi kaç birimküptür?

KÜRE VE BİRLEŞİK CİSİMLERLE İLGİLİ ÖRNEKLER

Örnek 17

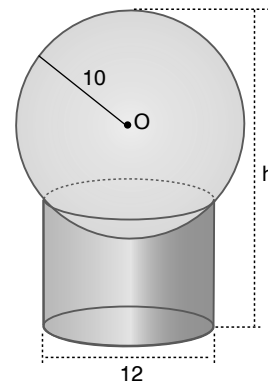


Şekilde; alanı 144π birimkare olan kürenin içine, taban yarıçapı $2\sqrt{5}$ birim olan bir dik dairesel silindir yerleştirilmiştir.

Buna göre, silindirin hacmi en fazla kaç birimküp olabilir?

Örnek 18

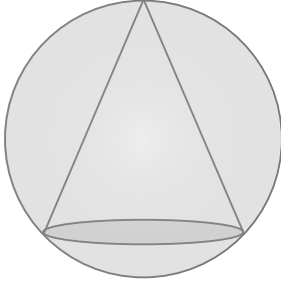
Zeminde bulunan ve taban çapı 12 birim, hacmi 360π birimküp olan dairesel dik silindir biçimindeki bardağın üzerine yarıçapı 10 birim olan bir küre şekildeki gibi yerleştiriliyor.



Buna göre, kürenin tepe noktasının zeminden yüksekliği (h) kaç birimdir?



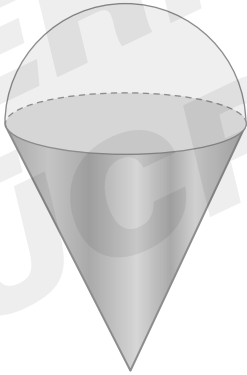
Örnek 19



Şekilde; bir kürenin içine dik dairesel koni yerleştirilmiştir. Koninin taban yarıçapı $3\sqrt{5}$ birim ve hacmi 225π birimküptür.

Buna göre, kürenin yarıçapı en az kaç birim olabilir?

Örnek 20

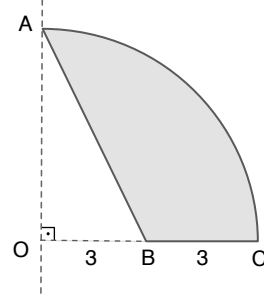


Şekildeki, dik dairesel koni biçimindeki dondurma külahına yarım küre biçiminde dondurma konulmuştur.

Dondurma ile külahın yarıçapı 2 cm ve külahın yüksekliği $3\sqrt{5}$ cm dir.

Buna göre, elde edilen şeklin alanı kaç cm^2 dir?

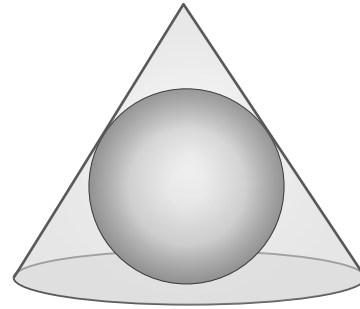
Örnek 21



Yukarıdaki şekilde O merkezli çeyrek daire biçimindeki kartondan AOB üçgeni biçimindeki bir parça kesilerek çıkarılmıştır.

$|OB| = |BC| = 3$ birim olduğuna göre, boyalı bölgenin OA doğrusu etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi kaç birimküptür?

Örnek 22



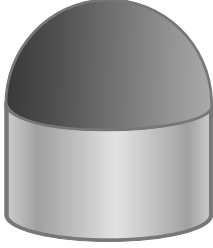
Yukarıdaki şekilde dik dairesel koninin içine, yüzeylere teğet olan bir küre yerleştirilmiştir. Koninin yüksekliği 8 birim ve taban yarıçapı 6 birimdir.

Buna göre, kürenin alanı kaç birimkaredir?



Küre ve Birleşik Cisimler

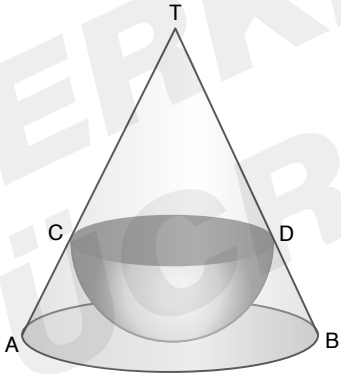
Örnek 23



Bir belediye yol kenarlarına şekildeki gibi betondan dubalar yaptıracaktır. Bu dubalar, her birinin yarıçapı 15 cm olan dik dairesel silindirik ve yarım kürenin birleşiminden oluşmaktadır.

Hacmi $6750\pi \text{ cm}^3$ olan bu dubanın tabanı hariç olmak üzere alanı kaç cm^2 dir?

Örnek 24



Yukarıdaki şekilde dik dairesel koninin içine, yüzeylere teğet olan bir yarım küre yerleştirilmiştir.

$|TC| = 2|CA|$ ve $|TD| = 2|DB|$ olduğuna göre, yarım kürenin hacminin koninin hacmine oranı kaçtır?

Örnek 25

Hacmi $36\pi \text{ cm}^3$ olan bir kürenin içine yerleştirilen küpün hacmi en fazla kaç cm^3 olabilir?

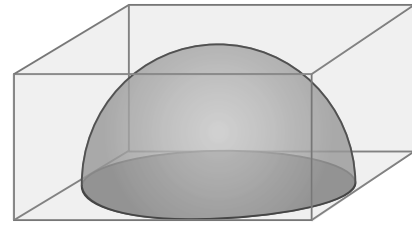
Örnek 26

Yarım küre biçimindeki bir kutunun içine, en büyük hacimli küre biçiminde bir cisim yerleştiriliyor.

Buna göre, küre biçimindeki cismin hacminin yarım küre biçimindeki kutunun hacmine oranı kaçtır?

Örnek 27

Yarım küre biçimindeki bir hediyelik eşya, şekildeki dikdörtgenler prizması biçimindeki en küçük hacimli kutuya yerleştiriliyor.



Buna göre, yarım kürenin hacminin kutunun hacmine oranı kaçtır?