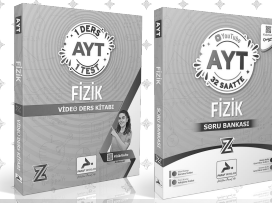




ÜNİTE 1



bölüm 1

KUVVET VE HAREKET

Vektörler

VEKTÖRLER

Sayı ve birim yanında yön bilgisi ile ifade edilmesi gereken niceliklere **vektörel nicelik** denir.

- h Vektörler bir harf ile isimlendirilir ve bu harfin üstüne küçük bir ok yerleştirilir. $\vec{A}$ gibi. Vektörün büyüklüğü ise üzerinde ok olmadan K ya da $|\vec{A}|$ şeklinde gösterilir.

Tarihsel Süreç

- h Vektör kavramı ilk olarak Antik Yunan'da Öklit'in Element-ler kitabında bahsettiği cisimlerin uzaydaki hareketlerinin açıklamasında geçmiştir.



- h Arşimet'in geometri alanındaki anlatımları ve özellikle kal-dıraçlarla ilgili bahislerinde hem kuvvetin yönünü hem de büyüklüğünü anlatmak için vektör kavramına değindiği görülmektedir.
- h 10. yüzyılda İbni Sina meyl kavramından bahsederek yön-lü büyüklükler için düşünce zemini hazırlamıştır. 12. yüz-yılda El-Hazini Dengelerin Bilgeliği (Kitâbü Mîzânî'l-hikme) adlı kitabında ağırlıkların dengelenmesi üzerine yaptığı çalışmalarla vektör kavramına katkıda bulunmuştur.
- h 16. yüzyılda Galileo gökcisimleri üzerine yaptığı sabit ivmeli hareket tanımlamalarında ve 17. yüzyılda Newton'ın Hareket Yasaları'nda geometrik gösterimler tercih ediliyordu.
- h 18. yüzyılda Faraday, alan kavramıyla vektörlerin alt yapı-sını geliştirdi.
- h 19. yüzyılda Maxwell'in elektromanyetizma üzerine yaptığı çalışmalarda çıkardığı formüllerin insanlara anlatımını kolay-laştırmak isteyen J. Willard Gibbs, Vektör Analizi kitabıyla açıkladığı yöntemlerle vektörel anlatımlar gerçekleştirmiştir.

VEKTÖRLERİN ÖZELLİKLERİ EŞİT VEKTÖRLER

- h Büyüklükleri ile birlikte yönleri de aynı olan vektörlere **eşit vektörler** denir.

ZIT VEKTÖRLER

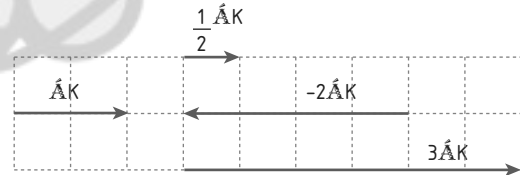
- h Büyüklükleri aynı, yönleri zıt olan vektörlere **zıt vektörler** denir.



$\vec{A}$ ile $\vec{B}$ zıt vektörler olup aralarında $\vec{A} = -\vec{B}$ ilişkisi vardır.

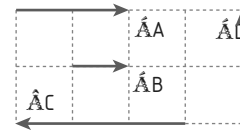
VEKTÖRÜN SKALER İLE ÇARPIMI

- h Bir vektör pozitif bir sayı ile çarpıldığında, çarpan sayı kadar bo-yu (büyüklüğü) değişir, yönü değişmez.
- h Bir vektör negatif bir sayı ile çarpıldığında, çarpan sayı kadar bo-yu (büyüklüğü) ve yönü değişir.



Örnek

$\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ ve $\vec{D}$ vektörleri ölçekli düzlemde şekildeki gibi verilmiştir.

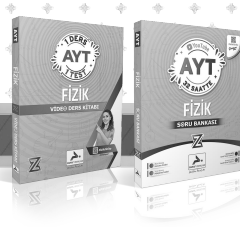


Buna göre, aşağıda verilenlerden hangisi **yanlıştır**?

- A) $\vec{A} = 2\vec{B}$
- B) $|\vec{A}| = |\vec{D}|$
- C) $3\vec{A} = -\vec{C}$
- D) $3\vec{A} = -2\vec{C}$
- E) $2\vec{A} = \vec{D}$

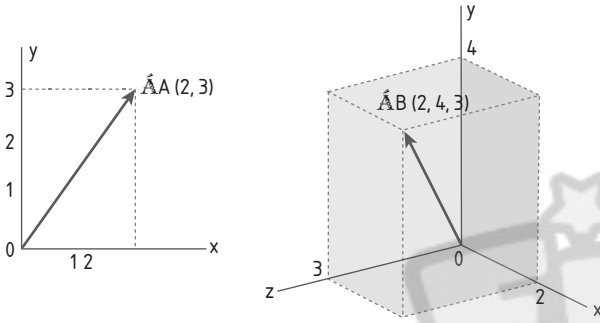


Vektörler



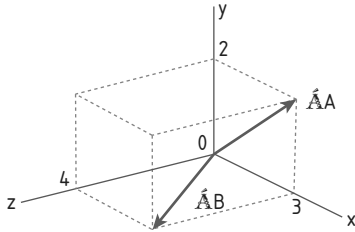
VEKTÖRLERİN KARTEZYEN KOORDİNAT SİSTEMİNDE GÖSTERİMİ

- h Dik eksenler sistemine **kartezyen koordinat sistemi** denir.
- h Bir vektör, kartezyen koordinat sisteminde gösterilirken başlan-gıç noktası eksenlerin kesim noktasına (orijin) yerleştirilir. Eğer vektör iki boyutlu sistemdeyse vektörün uç noktasının x ve y ek-seni üzerindeki izdüşüm noktaları ile vektör tanımlanır. $\vec{AA}$ (2, 3) gibi. Eğer vektör üç boyutlu sistemdeyse vektörün uç noktasının x, y ve z eksenindeki izdüşüm noktaları ile vektör tanımlanır. $\vec{AB}$ (2, 4, 3) gibi.



Örnek

xyz koordinat sistemindeki $\vec{AA}$ ve $\vec{AB}$ vektörleri şekildeki gibidir.



Buna göre, bu vektörlerin koordinatları aşağıdakilerin hangisin-de doğru olarak verilmiştir?

- A) $\vec{AA}$ (3, 2, 0); $\vec{AB}$ (3, 0, 4)
- B) $\vec{AA}$ (2, 3, 4); $\vec{AB}$ (3, 0, 4)
- C) $\vec{AA}$ (3, 2, 4); $\vec{AB}$ (4, 3, 0)
- D) $\vec{AA}$ (4, 2, 2); $\vec{AB}$ (0, 3, 4)
- E) $\vec{AA}$ (3, 4, 2); $\vec{AB}$ (0, 2, 3)

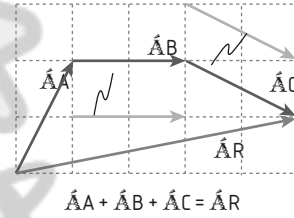
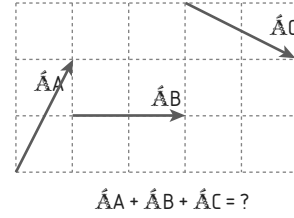
VEKTÖRLERDE TOPLAMA İŞLEMİ (BİLEŞKE VEKTÖR)

Vektörler ile yapılan toplama işlemi sonucunda elde edilen sonuç vektörüne **bileşke vektör** denir.

- h Bileşke $\vec{AR}$ ile gösterilir.

UÇ UCA EKLEME YÖNTEMİ

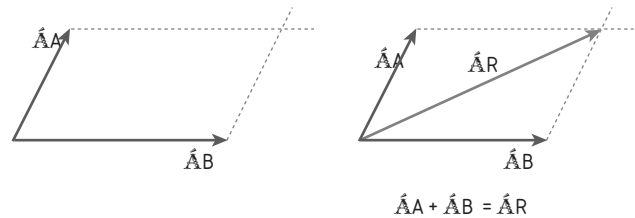
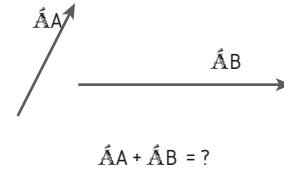
Vektörler, yönleri ve büyüklükleri değiştirilmeden biri diğerinin ucu-na yerleştirilir. İlk vektörün başlangıç noktasından son vektörün bitiş noktasına çizilerek oluşturulan vektör, bileşke vektördür.



PARALELKENAR YÖNTEMİ

Bu yöntem yalnız iki vektörün toplamı için uygulanabilir.

- h Vektörlerin başlangıç noktaları, yönleri ve büyüklükleri değiştiril-medem birleştirilir. Vektörlerin uçlarından diğerlerine paralel çiz-giler çizilerek kesiştirilir. Başlangıç noktasından kesişim noktası-na çizilen vektör bileşke vektördür.



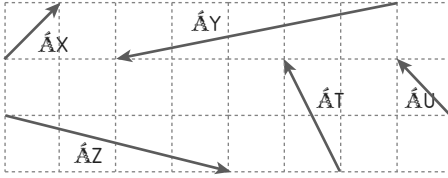


Vektörler



Örnek

$\vec{AX}$, $\vec{AY}$, $\vec{AZ}$, $\vec{AT}$ ve $\vec{AU}$ vektörleri eşit kare bölmeli düzlemde şekildeki gibi verilmiştir.

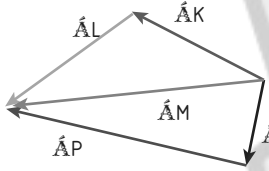


Buna göre, vektörlerden hangisi diğer dördünün toplamına eşittir?

- A) $\vec{AX}$ B) $\vec{AY}$ C) $\vec{AZ}$ D) $\vec{AT}$ E) $\vec{AU}$

Örnek

$\vec{AK}$, $\vec{AL}$, $\vec{AM}$, $\vec{AN}$ ve $\vec{AP}$ vektörleri aynı düzlemde şekildeki gibi verilmiştir.

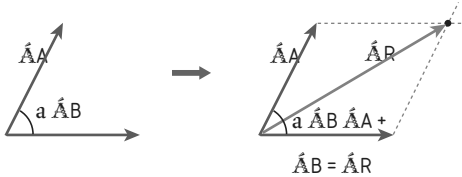


Buna göre, vektörlerin bileşkesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\vec{AM}$ B) $-2\vec{AM}$ C) $\vec{AM}$ D) $2\vec{AM}$ E) $3\vec{AM}$

BİLEŞKE VEKTÖRÜN BÜYÜKLÜĞÜ

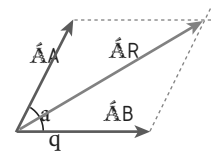
h Aralarında a açısı olan iki vektörün bileşkesinin büyüklüğü cosi-nüs teoremi ile bulunur.



$$R^2 = A^2 + B^2 + 2 \cdot A \cdot B \cdot \cos a$$

h İki vektörün bileşkesinin büyüklüğü, vektörlerin büyüklükleri farkından küçük, toplamından büyük olamaz. $A - B \leq R \leq A + B$

NOT



h Bileşke vektör büyük olan vektöre daha yakındır.

L $A = B$ ise $a = q$ dır.

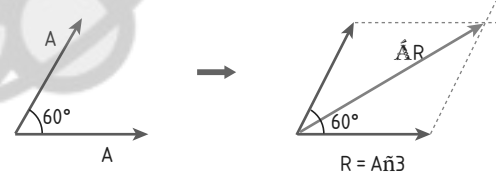
L $A > B$ ise $a < q$ dır.

L $A < B$ ise $a > q$ dır.

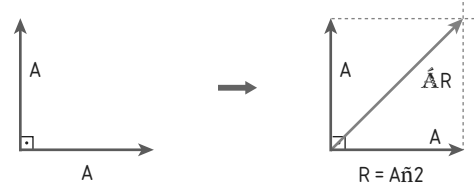
PRATİK

Büyüklükleri A olan iki vektör ele alalım;

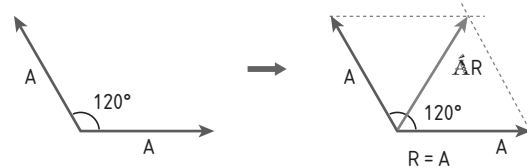
h Vektörler arasındaki açı 60° ise bileşke vektörün büyüklüğü $A\sqrt{3}$ 'tür.



h Vektörler arasındaki açı 90° ise bileşke vektörün büyüklüğü $A\sqrt{2}$ 'dir.

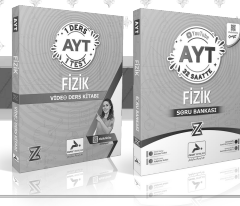


h Vektörler arasındaki açı 120° ise bileşke vektörün büyüklüğü A 'dır.



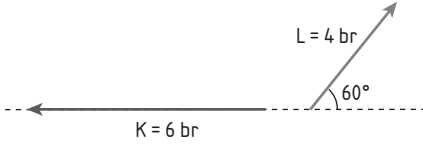


Vektörler



Örnek

Aynı düzlemdeki $\vec{AK}$ ve $\vec{AL}$ vektörleri şekildeki gibidir.



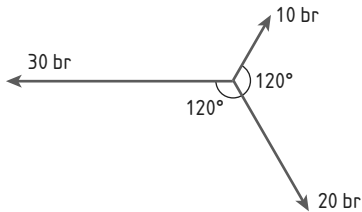
Buna göre, bileşke vektörün büyüklüğü kaç birimdir?

$$(\cos 60^\circ = 0,5; \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2})$$

- A) 2
B) $\sqrt{2}$
C) $2\sqrt{3}$
D) $3\sqrt{2}$
E) $2\sqrt{7}$

Örnek

Büyüklükleri 10 birim, 20 birim ve 30 birim olan aynı düzlemdeki üç vektör şekildeki gibidir.

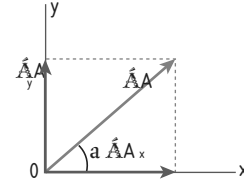


Buna göre, bileşke vektörün büyüklüğü kaç birimdir?

- A) 10
B) $10\sqrt{2}$
C) 20
D) $10\sqrt{3}$
E) 30

VEKTÖRLERİN DİK BİLEŞENLERİNE AYRILMASI

Vektörel toplamaları şekildeki gibi $\vec{AA}$ vektörüne eşit olan birbirine dik iki vektöre, $\vec{AA}$ vektörünün bileşenleri denir.



h $\vec{AA}$ vektörü ve bileşenleri $\vec{AA}_x$, $\vec{AA}_y$ vektörleri arasında $\vec{AA} = \vec{AA}_x + \vec{AA}_y$, büyüklükleri arasında ise $A^2 = A_x^2 + A_y^2$ ilişkisi vardır.

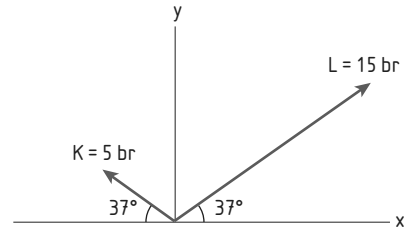
h Vektör ile x eksenindeki açı a ise

$$A_x = A \cdot \cos a,$$

$$A_y = A \cdot \sin a \text{ dır.}$$

Örnek

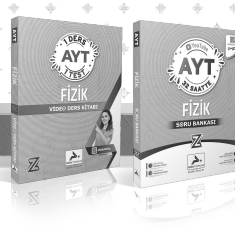
$\vec{AK}$ ve $\vec{AL}$ vektörleri xy koordinat sisteminde şekildeki gibi verilmiştir.



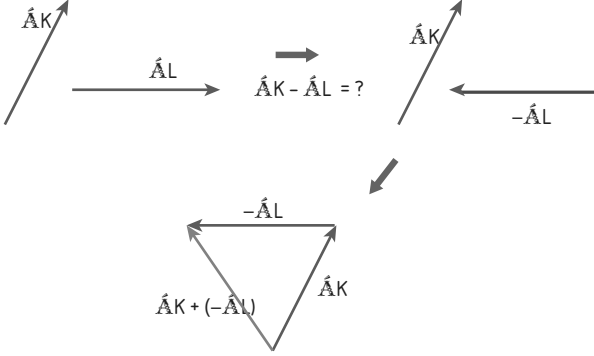
Buna göre, bileşke vektörün büyüklüğü kaç birimdir?

$$(\cos 37^\circ = 0,8; \sin 37^\circ = 0,6)$$

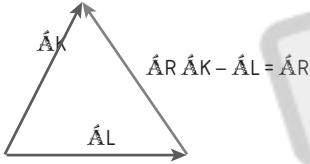
- A) $2\sqrt{5}$
B) $3\sqrt{5}$
C) $4\sqrt{5}$
D) $4\sqrt{13}$
E) $5\sqrt{13}$

**NOT**

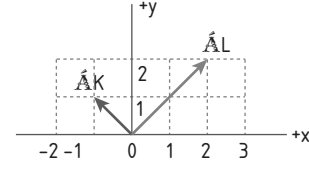
h $\vec{A}K$ ve $\vec{A}L$ gibi iki vektörle ilgili $\vec{A}K - \vec{A}L$ işleminde $\vec{A}K$ ile $-\vec{A}L$ toplanır.



h Pratik yol olarak vektörlerin yönleri değiştirilmeden başlangıç noktaları bir araya getirilir. Çıkarılacak vektörün bitiş noktasından diğer vektörün bitiş noktasına çizilen vektör, fark vektörüdür.

**Örnek**

$\vec{A}K$ ve $\vec{A}L$ vektörleri xy koordinat sisteminde şekildeki gibi verilmiştir.

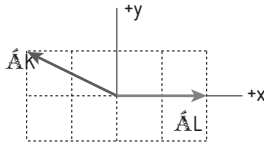


$\vec{A}A = \vec{A}K + \vec{A}L$, $\vec{A}B = \vec{A}L - \vec{A}K$ olduğuna göre $\vec{A}A$ ve $\vec{A}B$ vektörlerinin koordinatları aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $\vec{A}A(1, 2)$; $\vec{A}B(3, 1)$ B) $\vec{A}A(3, 1)$; $\vec{A}B(1, 3)$
 C) $\vec{A}A(3, 1)$; $\vec{A}B(3, 1)$ D) $\vec{A}A(1, 3)$; $\vec{A}B(1, 3)$
 E) $\vec{A}A(1, 3)$; $\vec{A}B(3, 1)$

Örnek

$\vec{A}K$ ve $\vec{A}L$ vektörleri xy koordinat sisteminde şekildeki gibi verilmiştir.



Buna göre,

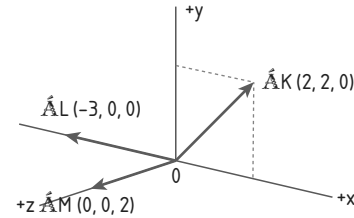
- I. $\vec{A}K + \vec{A}L$ vektörü +y yönündedir.
 II. $\vec{A}K - \vec{A}L$ vektörü -x yönündedir.
 III. $\vec{A}K - \vec{A}L$ ve $\vec{A}L - \vec{A}K$ vektörü eşit büyüklükte, zıt yönlü vektörlerdir.

yargılarından hangileri doğrudur? (Bölmeler eşit aralıklıdır.)

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I ve III

Örnek

Başlangıç noktaları orijinde olan $\vec{A}K$, $\vec{A}L$ ve $\vec{A}M$ vektörlerinin xyz koordinat sistemindeki görünüşleri ve bitiş noktalarının koordinatları şekil-de verilmiştir.



$\vec{A}K$, $-\vec{A}L$ ve $\vec{A}M$ nin bileşkesi $\vec{A}R$ olduğuna göre, başlangıç noktası orijinde olan $\vec{A}R$ nin bitiş noktasının koordinatları nedir?

- A) $\vec{A}R(2, 2, 3)$ B) $\vec{A}R(5, 2, 2)$ C) $\vec{A}R(3, 2, 3)$
 D) $\vec{A}R(5, 3, 2)$ E) $\vec{A}R(1, 3, 2)$



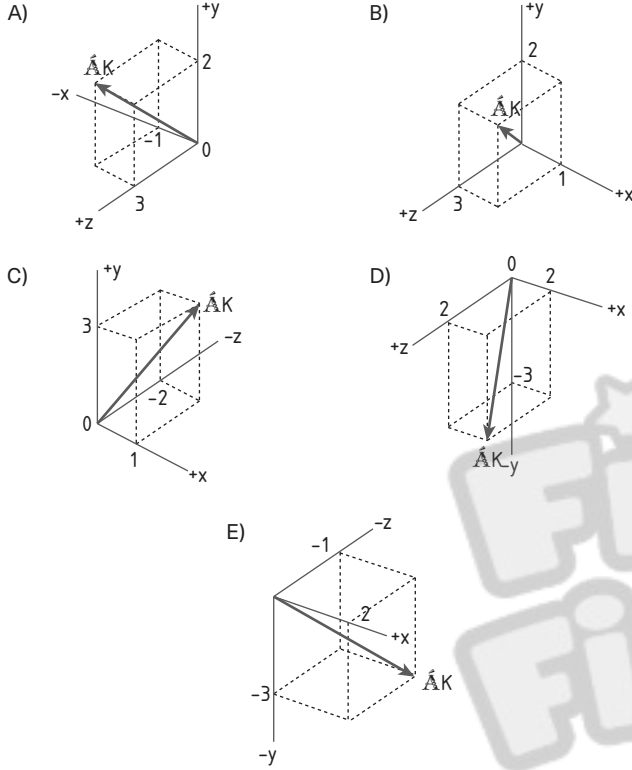
Vektörler



Örnek

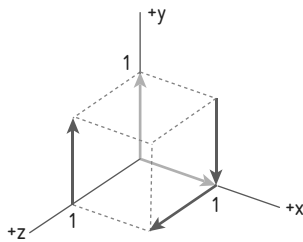
xyz dik koordinat sisteminde bir vektör $\vec{AA}$ $(-1, 2, 3)$ olarak tanımlanmıştır.

Buna göre bu vektörün gösterimi aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?



Örnek

xyz koordinat sisteminde, birim küp üzerinde beş vektör şekildedeki gi-bi verilmiştir.



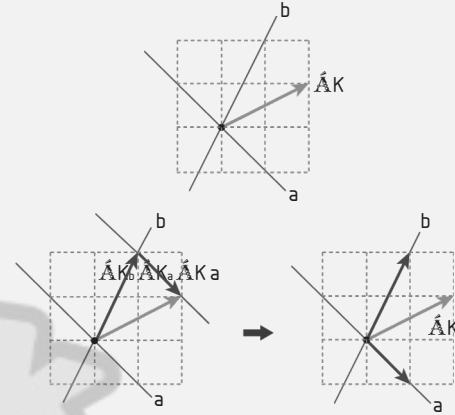
Buna göre, bu vektörlerin bileşkesi kaç birimdir?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 3

MERAKLISINA BİLGİ

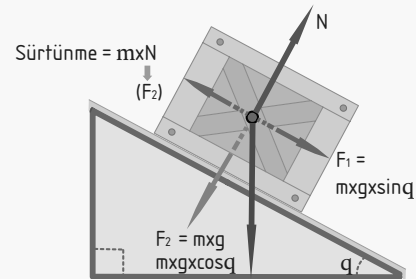
Bir vektörün birbirine dik olmayan keyfi seçilen a ve b gibi iki ek-sen üzerindeki bileşenleri bulunurken aşağıdaki gibi bir yöntem izlenebilir.

Vektörün başlangıcı a ve b'nin kesiştiği noktada (orijinde) alınıp orijinden başlayarak b'deki bileşen çizilir. Daha sonra b'deki bileşenin ucundan da vektörün ucuna doğru a eksenine paralel bir vektör çizilir. Bu vektör de a'daki bileşen olur.



GÜNLÜK HAYAT VE TEKNOLOJİDEKİ YERİ

- h Halat çekme oyununda, bilyardo oynarken, nehirde yüzerken ger-çekleşen hareketlerin incelenmesi vektörler bilgileriyle yapılabilir.
- h Eğik düzlemdeki bir cisme etki eden kuvvetler bileşenlerine ay-rılarak incelenir.



- h Araba kullanırken hız kavramında, yürüyüş veya koşu rotaları-nın belirlenmesinde, uçakların rüzgâr etkisine göre rota belirle-mesinde, spor dallarında atış ve pasların incelenmesinde vek-törler önem arz eder.
- h Navigasyon ve GPS kullanımında, bilgisayar grafikleri ve ani-masyonlarda, robotik ve otomasyonda, telekomünikasyon ve anten tasarımında vektörlerden yararlanılır.