

ÜNİTE 3

bölüm 2

PERİYODİK HAREKETLER



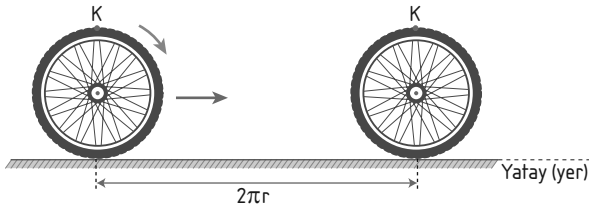
Dönme Hareketi ve Açısal Momentum

ÖTELEME VE DÖNME HAREKETİ ARASINDAKİ İLİŞKİ

- ❖ Bir cismin tüm taneciklerinin yere göre eşit çizgisel hız ile hareket etmesi durumuna **öteleme hareketi** denir. Sabit süratle yamaçtan kayan kayakçının hareketi öteleme hareketidir.
- ❖ Bir cismin tüm taneciklerinin bir eksene göre eşit açısal hız ile hareket etmesi durumuna **dönme hareketi** denir. Ventilator pervanesinin hareketi bir dönme hareketidir.
- ❖ Hem dönme, hem de öteleme hareketi yapan cisimlerin hareketine **dönerek öteleme hareketi** ya da yuvarlanma hareketi denir.



- ❖ Otomobil, motosiklet, bisiklet gibi araçların tekerleklerinin hareketi dönerek öteleme hareketidir.



- ❖ Tekerlek bir tur dönerek ilerlediğinde çevresi kadar yol almış olur. Geçen süre T , alınan yol $2\pi r$ olduğuna göre öteleme hızı (v_o) aşağıdaki gibidir.

$$v_o = \frac{2\pi r}{T}$$

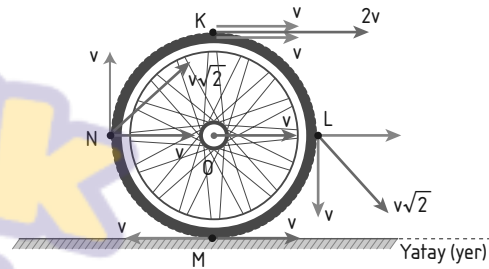
- ❖ Tekerlek üzerindeki bir nokta öteleme hareketinin yanında dönme hareketi yaparak bir tam tur atmıştır. Bu durumda dönme hareketinden kaynaklanan çizgisel hız (v_c) aşağıdaki gibidir.

$$v_c = \frac{2\pi r}{T}$$

- ❖ Buna göre, kaymadan dönerek öteleme hareketi yapan cismin öteleme hızı ile cismin yere temas eden bölgesinde bulunan noktaların çizgisel hızlarının büyüklükleri eşittir.

$$v_o = v_c$$

- ❖ Doğrusal bir hareket sırasında öteleme hızının yönü sürekli sabittir fakat dönme çizgisel hızının yönü sürekli değişir. v öteleme hızı ile kaymadan yuvarlanan tekerlek üzerindeki bazı noktaların yere göre bileşke hız vektörleri şekildeki gibi olur.



- K noktasının yere göre hızının büyüklüğü $2v$,
- O noktasının yere göre hızının büyüklüğü v ,
- M noktasının yere göre hızının büyüklüğü sıfır,
- L ve N noktalarının yere göre hızının büyüklüğü $v\sqrt{2}$ 'dir.

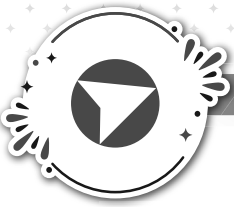
Örnek

Tekerlek tamircisi olan Mehmet, yarıçapı 50 cm olan bir tekerleği yatay yolda şekildeki gibi kaydırmadan yuvarlayarak hareket ettirmektedir.



Tekerleğin öteleme hızının büyüklüğü 0,5 m/s olduğuna göre, tekerlek üzerindeki bir noktanın yere göre anlık hızının en büyük değeri kaç m/s'dir?

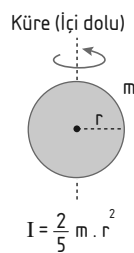
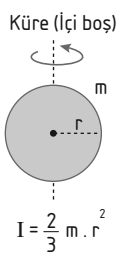
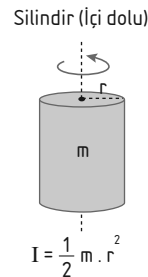
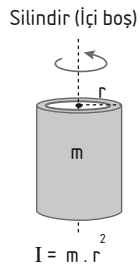
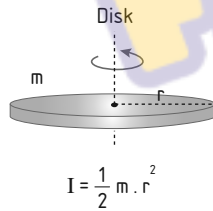
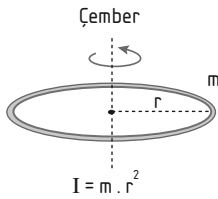
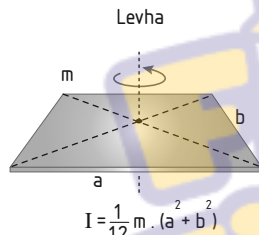
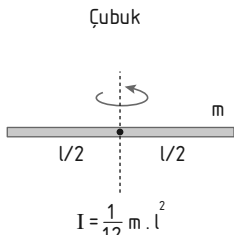
- A) 0,25 B) 0,5 C) 0,75 D) 1 E) 1,5

**EYLEMSİZLİK MOMENTİ**

- Dönen cisimlerin dönmeye karşı gösterdikleri dirence **eylemsizlik momenti** denir.
- Skaler bir büyüklük olan eylemsizlik momenti I ile gösterilir ve birimi $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ dir.
- r yarıçaplı çembersel yörüngede dolanan m kütleli noktasal cismin eylemsizlik momentini veren ifade aşağıdaki gibidir.

$$I = m \cdot r^2$$

- Noktasal olmayan cisimlerin eylemsizlik momenti kütesine, cismi oluşturan her parçacığın dönme eksenine olan dik uzaklığına ve cismin geometrik şekline bağlıdır.
- Bazı düzgün geometrik şekle sahip cisimlerin eylemsizlik momentleri;

**ÖSYM Benzeri**

Belli bir eksen etrafında dönmekte olan bir cismin, dönme eksenine göre eylemsizlik momenti;

- cismin şekli,
- cismin kütlesi,
- cismin dönüş yönü

verilenlerinden hangilerine bağlıdır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

DÖNME VE DÖNEREK ÖTELEME HAREKETİ YAPAN CİSMİN KİNETİK ENERJİSİ

- Düzgün çembersel hareket yapan cismin bu hareketinden dolayı sahip olduğu kinetik enerjiye **dönme kinetik enerjisi** denir.
- v süratıyla öteleme hareketi yapan m kütleli bir cismin öteleme kinetik enerjisi;

$$E_{\text{öteleme}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

- Eylemsizlik momenti I olan ve ω açısal hızı ile dönen bir cisim dönme kinetik enerjisine sahiptir. Öteleme kinetik enerjisi bağıntısında v yerine $\omega \cdot r$ yazıldığında dönme hareketi yapan bir cismin dönme kinetik enerjisi;

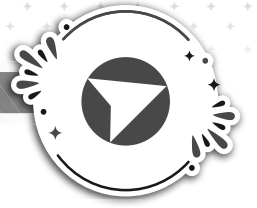
$$E_{\text{dönme}} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

- Dönerek öteleme hareketi yapan cisimlerin kinetik enerjisi, öteleme kinetik enerjisi ile dönme kinetik enerjilerinin toplamına eşittir.

$$EK = E_{\text{öteleme}} + E_{\text{dönme}}$$

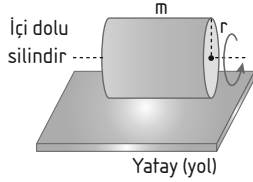
$$EK = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

- Süratleri eşit iki özdeş cisimden; dönerek ilerleyen cisim, yalnızca öteleme hareketi yapan cisme göre daha büyük kinetik enerjiye sahiptir.



ÖSYM Benzeri

Şekildeki m kütleli ve r yarıçaplı içi dolu silindir, yatay düzlemde sabit ω açısal hızıyla kaymadan dönerek ilerlemektedir.



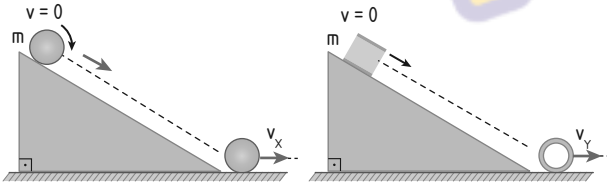
Buna göre, bu silindirin toplam kinetik enerjisi kaç $mr^2\omega^2$ dir?

(Silindirin kütle merkezine göre eylemsizlik momenti $I = \frac{1}{2}m \cdot r^2$ dir.)

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

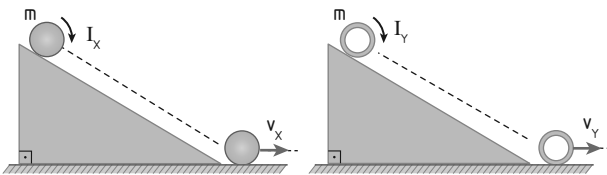
NOT

- Sürtünmeye harcanan enerjinin önemsenmediği bir eğik düzlemde eşit yükseklikten serbest bırakılan eşit kütleli küre ve küpten, küp küreye göre daha kısa sürede aşağıya ulaşır. Bunun sebebi kürenin yuvarlanarak hareket etmesi sebebiyle tüm potansiyel enerjisinin öteleme kinetik enerjisine değil birazının da dönme kinetik enerjisine dönüşmesidir.



Eşit yükseklikten bırakılan küre ve küpten, küp daha kısa sürede yere ulaşır. $v_x < v_y$ dir.

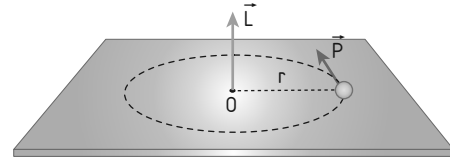
- Bir eğik düzlem üzerinden eşit yükseklikten bırakılan ve yuvarlanarak aşağıya inen eşit kütleli ve eşit yarıçaplı içi dolu küre ile içi boş küreden, eylemsizlik momenti küçük olan içi dolu küre daha kısa sürede aşağıya ulaşır.



Eşit yükseklikten bırakılan içi dolu küre ve içi boş küreden, içi dolu küre daha kısa sürede yere ulaşır. $I_x < I_y$ olduğundan $v_y < v_x$ dir.

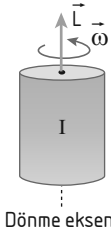
AÇISAL MOMENTUM

- Çembersel hareket yapan cisimlerin bu hareketlerinden dolayı sahip oldukları momentuma **açısal momentum** denir.
- Açısal momentum $\vec{L}$ ile gösterilir, vektörel bir büyüklüktür.
- Açısal momentum, çizgisel momentumun yarıçap vektörü ile çarpımından elde edilir.



$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$$

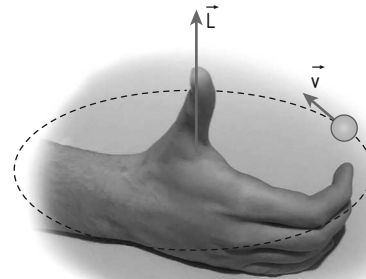
- Noktasal cisimlerde açısal momentumun büyüklüğünü hesaplamak için $L = mvr$ bağıntısı da kullanılabilir.
- Şekildeki gibi kendi dönme eksenini etrafında ω açısal hızıyla dönen ve dönme eksenine göre eylemsizlik momenti I olan cisimlerin dönme eksenine göre açısal momentumu aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

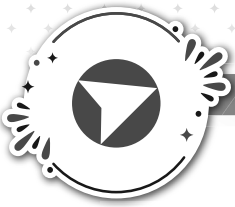


Dönme eksenini

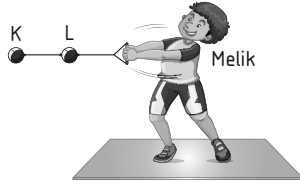
$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

- Açısal momentum vektörünün yönü sağ el kuralı ile bulunur.
- Bu kurala göre, dört parmak dönme yönünde kıvrıldığında sağ elin baş parmağı açısal momentum vektörünün yönünü gösterir.



**Örnek**

Melik, kütleleri birbirine eşit K ve L cisimlerini bir ip ile şekildeki gibi bağladıktan sonra kendi eksenini etrafında döndürmeye başlıyor.



Melik'in dönme eksenine göre,

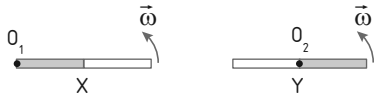
- K'nin açısal hızı L'nin açısal hızından büyüktür.
- K'nin açısal momentumu L'nin açısal momentumundan büyüktür.
- K'nin eylemsizlik momenti L'nin eylemsizlik momentinden büyüktür.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

ÖSYM Benzeri

Her birinin uzunluğu ℓ ve kütlesi m olan düzgün, türdeş X, Y çubukları sürtünmesiz yatay düzlemde sırasıyla O_1 ve O_2 noktalarından geçen bu düzleme dik eksenler çevresinde, $\vec{\omega}$ açısal hızlarıyla şekildeki gibi dönüyor.



Buna göre kendi O_1 ve O_2 dönme eksenlerine göre,

- X'in açısal momentumu ile Y'nin açısal momentumu aynı yöndedir.
- X'in eylemsizlik momenti Y'ninkinden büyüktür.
- X'in açısal momentumu Y'ninkinden büyüktür.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

AÇISAL İVME, TORK VE EYLEMSİZLİK MOMENTİ ARASINDAKİ İLİŞKİ

- Çembersel hareket yapan cismin açısal hızında birim zamanda meydana gelen değişime **açısal ivme** denir.

$$\vec{\alpha} = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}$$

- Vektörel bir büyüklük olan açısal ivme α ile gösterilir ve birimi $\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ dir.

- r yarıçaplı yörüngede gerçekleşen çembersel hareketin çizgisel ivmesi a ise açısal ivme ve çizgisel ivme arasındaki ilişki;

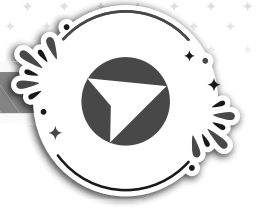
$$\vec{a} = \vec{\alpha} \cdot r$$

- Bir cisme etki eden kuvvet, cismin kütlesi ve cismin kazandığı ivme arasında bir bağıntı olduğu gibi cisme etki eden tork, cismin eylemsizlik momenti ve açısal ivme arasında benzer bir bağıntı vardır.

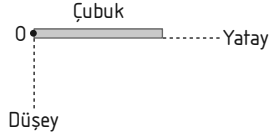
$$\vec{\tau} = I \cdot \vec{\alpha}$$

- Bir cismin çizgisel hızında değişiklik gerçekleşmesi için cisme kuvvet uygulanması gerektiği gibi bir cismin açısal hızının değişmesi içinde cisme tork etki etmesi gerekir.

	Çembersel Hareket	Çizgisel Hareket
Kinetik Enerji	$\frac{1}{2} I \cdot \omega^2$	$\frac{1}{2} m \cdot v^2$
Eylemsizlik	Eylemsizlik momenti (I)	Kütle (m)
Momentum	$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$
İvme	$\vec{\alpha} = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}$	$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$
İvmeyi Değiştiren Etki	$\vec{\tau} = I \cdot \vec{\alpha}$	$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

**Örnek**

Düşey kesiti verilen düzenekte, türdeş yapılı bir çubuk O noktası etrafında dönebilmektedir. Çubuk şekildeki yatay konumdan serbest bırakılıyor.



Buna göre,

- I. Çubuk yatay konumdan düşey konuma gelme sürecinde sabit bir açısal hıza sahiptir.
- II. Çubuk yatay konumdan düşey konuma gelme sürecinde sabit bir açısal ivmeye sahiptir.
- III. Çubuk düşey konumdan geçerken açısal ivmesi sıfırdır.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

AÇISAL MOMENTUMUN KORUNUMU VE GÜNLÜK HAYATTAKİ YERİ

- ❖ Bir cisim ya da sisteme etki eden dış kuvvet sıfır ise çizgisel momentum korunur. Benzer şekilde çembersel hareket yapan cisim etki eden net tork sıfır ise açısal momentum korunur ve bu duruma **açısal momentumun korunumu** denir.
- Bir olay sırasında sisteme etki eden net tork sıfır ise cismin ilk ve son açısal momentumları eşittir.

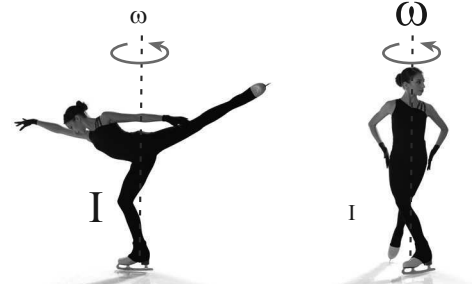
$$\vec{L}_{ilk} = \vec{L}_{son}$$

$$I_{ilk} \cdot \omega_{ilk} = I_{son} \cdot \omega_{son}$$



Açısal momentumun korunumu gereği dönen cisimler devrilmeden hareketlerine devam eder.

- ❖ Cimnastik ve buz pateni sporcuları hareketlerini sergilerken özellikle dönüş hızlarını artırmak için açısal momentumun korunumundan yararlanırlar.

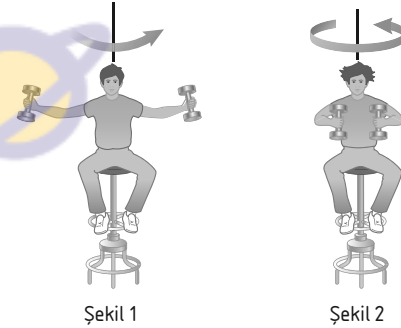


$$\vec{L}_{ilk} = \vec{L}_{son}$$

$$I \cdot \omega = I \cdot \omega$$

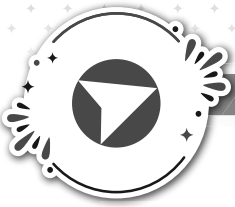
ÖSYM Benzeri

Döner sandalye üzerinde bulunan Furkan, dik bir pozisyonda ve ellerini iki yana açarak, ağırlık merkezinden geçen düşey bir eksen etrafında sabit açısal hız ile Şekil 1'deki gibi dönmektedir.



Buna göre Furkan, ellerini vücuduna doğru yaklaştırdıkça düşey dönme eksenine göre açısal momentumu ile eylemsizlik momenti ilk duruma göre nasıl değişir?

	Açısal momentumu	Eylemsizlik momenti
A)	Artar	Değişmez
B)	Azalır	Artar
C)	Değişmez	Değişmez
D)	Azalır	Azalır
E)	Değişmez	Azalır



ÖSYM Benzeri

Yaşanan büyük depremler sonucunda, yer kabuğunun içe çökmesi, yerkürenin kendi eksenini etrafındaki dönme süresinde mikrosaniye boyutunda da olsa kısaltabilmektedir.

Bu bilgiye göre, meydana gelen büyük bir deprem sonucunda yer kabuğunun içe çökmesi, yerkürenin kendi eksenini etrafındaki hareketine ait;

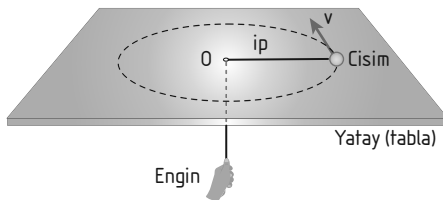
- I. açısal hız,
- II. eylemsizlik momenti,
- III. açısal momentum

niceliklerinden hangilerini artırır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

Örnek

Sürtünmelerin önemsenmediği ortamda yatay bir tablanın ortasından geçen ipin dikeydeki ucundan Engin tutmakta, yataydaki ucunda da noktasal bir cisim tabla üzerinde sabit açısal hızla düzgün çembersel hareket yapmaktadır.



Buna göre Engin, ipi biraz aşağı çekerse cisme ait;

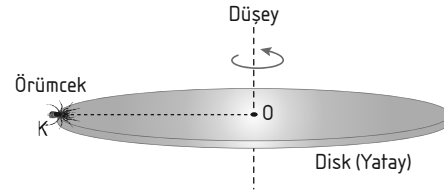
- I. açısal hız,
- II. kinetik enerji,
- III. açısal momentum

niceliklerinden hangileri değişmez?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

Örnek

Merkezi O noktası olan yatay disk, K noktasındaki örümcekle birlikte O noktasından geçen dik eksen etrafında ω açısal hızı ile çembersel hareket yapmaktadır. Örümcek doğrusal bir yol izleyerek O noktasına geliyor.

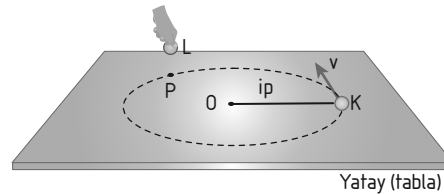


Buna göre, örümceğin hareketi sonucunda diskin açısal hızı ve diskin O noktasına göre açısal momentumu için ne söylenebilir?

	Açısal hız	Açısal momentum
A)	Artar	Değişmez
B)	Azalır	Artar
C)	Değişmez	Değişmez
D)	Azalır	Azalır
E)	Değişmez	Azalır

Örnek

Sürtünmelerin önemsenmediği ortamda yatay bir tablanın üzerindeki O noktasına bağlı ipin ucundaki K cismi sabit açısal hızla düzgün çembersel hareket yapmaktadır. K cismi P noktasına geldiğinde üzerine L cismi dikey olarak konuluyor.



L cismi K'ye hemen yapıştığına göre, bu işlem sonucunda,

- I. K ile L'nin O noktasına göre toplam açısal momentumu, K'nin O noktasına göre ilk açısal momentumuna eşittir.
- II. K ile L'nin O noktasına göre toplam eylemsizlik momenti, K'nin O noktasına göre ilk eylemsizlik momentine eşittir.
- III. K ile L'nin ortak açısal hızı, K'nin ilk açısal hızına eşittir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III