

ÜNİTE 3

bölüm 3

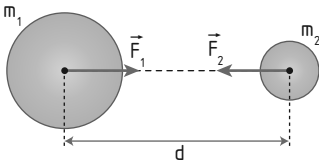
PERİYODİK HAREKETLER



Genel Çekim ve Kepler Yasaları

KÜTLE ÇEKİM KUVVETİ

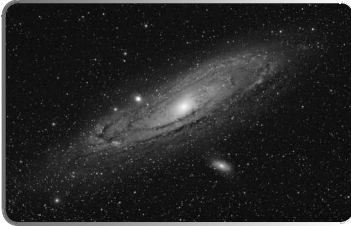
- ❖ Cisimlerin kütlelerinden dolayı birbirlerine uyguladıkları çekim kuvvetine kütle çekim kuvveti denir. Evrendeki dört temel kuvvetten biridir ve yalnızca çekme şeklinde etkisini gösterir.



$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

(G, evrensel çekim sabitidir ve $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ dir.)

- ❖ İki cisim arasındaki kütle çekim kuvveti daima eşit büyüklükte ve zıt yönlüdür. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$
- ❖ Atmosferin ve yeryüzündeki suların uzaya savrulmamasını sağlayan Dünya'nın kütle çekim kuvvetidir. Dört temel kuvvetten şiddeti en az olmasına rağmen galaksi, yıldız, gezegen ve uyduların hareketlerinde etkili olan kuvvet kütle çekim kuvvetidir.



GEZEĞEN VE UYDULARIN HAREKETİ

- ❖ Bir yıldız çevresinde dolanan gezegen ya da bir gezegen çevresinde dolanan uduya yörüngesel hareket yaptıran, merkezci kuvvet kütle çekim kuvvetidir.
- ❖ Merkezci kuvvetin tork oluşturmaması nedeni ile yörüngelerinde dolanan gök cisimlerinin açısal momentumu korunur.
- ❖ Haberleşme ya da gözlem amaçlı yapay uydular da Dünya'nın çekim kuvveti etkisinde çembersel hareket yaparlar.

NOT

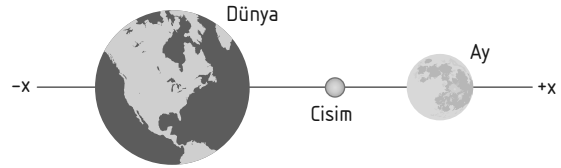


Dünya'nın merkezinden d uzaklıkta dolanan bir uydunun hızı, merkezci kuvvetin kütle çekim kuvvetine eşitlenmesi ile aşağıdaki gibi elde edilir. (M : Dünya'nın kütlesidir.)

$$v = \sqrt{G \frac{M}{d}}$$

Örnek

Dünya ile Ay'ın arasından serbest bırakılan bir cisim şeklindeki konumda dengede kalmaktadır.

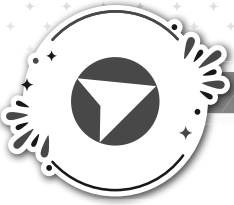


Dünya ve Ay dışındaki diğer gök cisimlerinin etkisi önemsenmediğine göre,

- Cisim Ay'a Dünya'dan daha yakındır.
- Dünya'nın cisme uyguladığı çekim kuvveti Ay'ın uyguladığına göre daha büyüktür.
- Cismin kütlesi daha büyük olsaydı, dengede kaldığı nokta biraz daha Dünya'ya yakın olurdu.

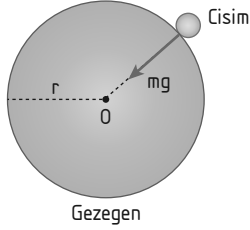
yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III



YER ÇEKİMİ İVMESİ

- ❖ Kütlesi olan her cisim, çevresindeki diğer cisimlere kütle çekim kuvveti uygular.
- ➔ Cisimlerin çevrelerindeki diğer cisimlere çekme etkisi gösterdikleri bu etki alanına **kütle çekim alanı** denir. Yönü daima cismin kütle merkezine doğrudur.



- ➔ Kütlesi M ve yarıçapı r olan bir gezegenin yüzeyindeki bir cisme uyguladığı ağırlık kuvveti, kütle çekim kuvvetine eşitlendiğinde, gezegenin yüzeyindeki yer çekimi ivmesi;

$$m \cdot g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

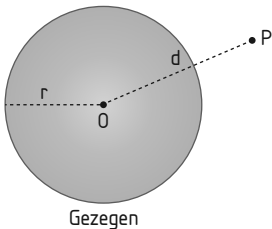
$$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

- ➔ Vektörel bir büyüklük olan yer çekimi ivmesi **g** sembolü ile gösterilir ve gezegenin yüzeyinde maksimum değerdedir.

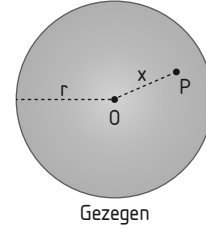
NOT

Ağırlık olarak tanımladığımız kuvvet, Dünya'nın cisimlere uyguladığı kütle çekim kuvvetidir.

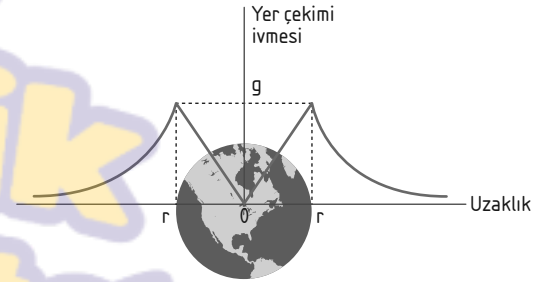
- ❖ Gezegenin yüzeyinden dışarıya doğru gidildikçe yer çekimi ivmesinin değeri uzaklığın karesiyle ters orantılı olarak azalır. Gezegenin merkezinden d kadar uzakta olan bir P noktasındaki yer çekimi ivmesi $g = G \cdot \frac{M}{d^2}$ bağıntısıyla hesaplanır.



- ❖ Gezegenin yüzeyinden içeriye doğru gidildikçe yer çekimi ivmesinin değeri uzaklıkla doğru orantılı olarak azalır. Şekildeki gibi gezegenin merkezinden x kadar uzakta olan bir P noktasındaki yer çekimi ivmesi $g = kdx$ bağıntısıyla hesaplanır. (k: sabit bir sayı, d: gezegenin özkütlesidir.)

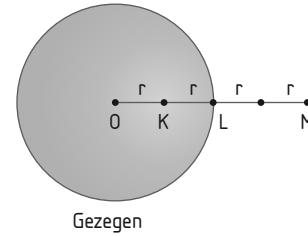


- ❖ Buna göre bir gezegenin yüzeyindeki, dışındaki ve içindeki noktalarda yer çekimi ivmesinin uzaklığa bağlı değişim grafiği şekildedir.



Örnek

O merkezli bir gezegenin içindeki K, yüzeyindeki L ve dışındaki M noktaları şekildeki gibi verilmiştir.

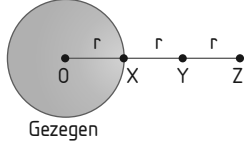


K, L ve M noktalarındaki yer çekimi ivmesinin değerleri sırasıyla g_K , g_L ve g_M olduğuna göre, bunlar arasındaki ilişki aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $g_L < g_M < g_K$ B) $g_K < g_M < g_L$ C) $g_K < g_L < g_M$
D) $g_M < g_L < g_K$ E) $g_M < g_K < g_L$

**Örnek**

Kütleleri m , $2m$ ve $3m$ olan X, Y ve Z cisimleri, r yarıçaplı bir gezegenin merkezinden r , $2r$ ve $3r$ uzaklıkta bulunmaktadır.



X, Y ve Z'nin ağırlıkları sırasıyla G_X , G_Y ve G_Z olduğuna göre, bunlar arasındaki ilişki aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $G_Y < G_Z < G_X$ B) $G_X < G_Z < G_Y$ C) $G_X < G_Y < G_Z$
D) $G_Z < G_Y < G_X$ E) $G_Z < G_X < G_Y$

KÜTLE ÇEKİM POTANSİYEL ENERJİSİ

- m kütleli bir cisim M kütleli bir cisimden uzaklaştırıldığında iş yapılarak enerji harcanır. İki cisimden oluşan sistemde potansiyel enerji olarak depolanan bu enerjiye **kütle çekim potansiyel enerjisi** denir.
- Cisimler arasındaki uzaklık sonsuz olduğunda kütle çekim potansiyel enerjisi sıfır olur.

$$U = -G \cdot \frac{M \cdot m}{d}$$

- Yeryüzünden yükseltelen cisimlerin çekim potansiyel enerjisinin artması gibi aralarındaki uzaklık artan cisimlerin kütle çekim potansiyel enerjileri artar.
- Dünya çevresinde dolanmakta olan bir uydunun hem çizgisel hızından dolayı kinetik enerjisi hem de yüksekliğinden dolayı kütle çekim potansiyeli vardır. Bu enerjilerin toplamına uydunun toplam enerjisi denir.

$$U_{\text{Toplam}} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{2d}$$

NOT

Enerji skaler bir büyüklüktür. Negatif bir sayısının sayı değerinin küçülmesi artış anlamına gelir.

BAĞLANMA ENERJİSİ

- m kütle bir uyduyu M kütleli bir gezegenin çevresinde d yarıçaplı yörüngede, yörüngesel hareket yapıyorsa, kütle çekim kuvvetinin etkili olduğu kütlelerden birinin bulunduğu konumdaki toplam enerjisine **bağlanma enerjisi** denir.

$$U_{\text{Bağlanma}} = G \cdot \frac{M \cdot m}{2d}$$

KURTULMA ENERJİSİ VE KURTULMA HIZI

- Başlangıçta durgun olan Dünya yüzeyindeki m kütle bir uyduyu Dünya'nın çekim etkisinden kurtarmak için uyduya verilmesi gereken minimum enerjiye kurtulma enerjisi denir ve cismin bulunduğu noktadaki kütle çekim potansiyel enerjisi kadardır.

$$U_{\text{Kurtulma}} = G \cdot \frac{M \cdot m}{d}$$

- Uyduya kurtulma enerjisi kadar kinetik enerji kazandıran hızla kurtulma hızı **denir**. Kinetik enerjinin kurtulma enerjisine eşitleyerek kurtulma hızını buluruz.

$$v_{\text{Kurtulma}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

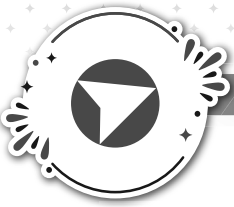
NOT

Bir uydunun yörüngeye oturtulması için gerekli kurtulma hızı uydunun kütlesine bağlı değildir.

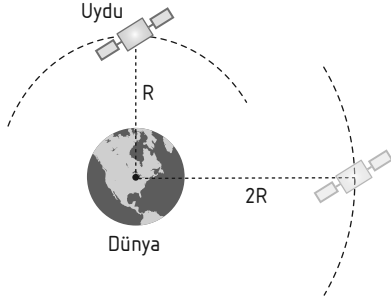
MERAKLISINA BİLGİ

Dünya için kurtulma hızı $11,2 \text{ km/s}$ 'dir. Bu da yaklaşık 40000 km/h 'dir ve oldukça büyük bir sürattir. Bu nedenle uzay araçları kalkış için çok büyük miktarda yakıtı ihtiyaç duyar.



**Örnek**

Dünya'nın çevresindeki R yarıçaplı yörüngede dolanmakta olan bir uyduya manevra yaptırılarak 2R yarıçaplı yörüngede dolanması sağlanmıştır.



Buna göre,

- I. Uydunun kütle çekim potansiyel enerjisi artmıştır.
- II. Uydunun yörünge hızı azalmıştır.
- III. Dünya'nın uyduya uyguladığı kütle çekim kuvveti azalmıştır.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

ÖSYM Benzeri

Bir gezegenin kütle - çekim kuvvetinden kurtulabilmek için gerekli olan hızın karesi; o gezegenin kütlesiyle doğru orantılı, yarıçapıyla ters orantılıdır.

Bazı gezegenlere ait kütle ve yarıçap değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

	K	L	M	N	P
Kütle	3m	5m	6m	3m	5m
Yarıçap	4r	5r	3r	6r	25r

Buna göre, tabloda verilen gezegenlerin hangisinin kütle çekim kuvvetinden kurtulmak en zordur?

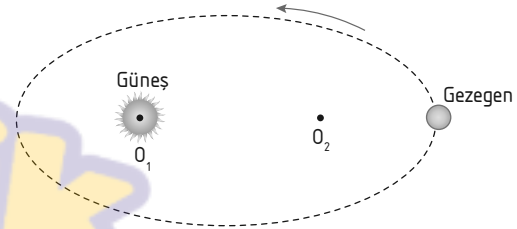
- A) K B) L C) M D) N E) P

KEPLER KANUNLARI

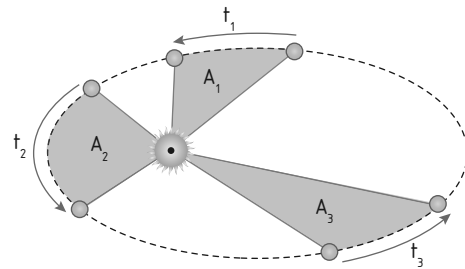
- ☛ Kepler 17. yüzyılda, gezegenlerin eliptik yörüngelerde döndüğünü söyleyerek büyük bir bilimsel devrime katkı sağlamıştır.

YÖRÜNGELER KANUNU

- ☛ Gezegenlerin Güneş etrafında yörüngeleri elips şeklindedir. Elipsin iki merkezi vardır ve elips şeklindeki yörüngenin merkezlerden birinde Güneş bulunur.

**ALANLAR KANUNU**

- ☛ Gezegeni Güneş'e birleştiren yarıçap vektörü eşit zamanda eşit alan tarar. Bu durum açısal momentumun korunumunun bir sonucudur.



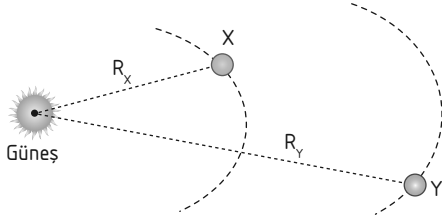
$$t_1 = t_2 = t_3 \text{ ise } A_1 = A_2 = A_3 \text{ tür}$$

- ☛ Yörüngenin elips şeklinde olması nedeni ile Güneş'e olan uzaklık sabit değildir. Yarıçap vektörü eşit sürede eşit alan taradığına göre, gezegenin çizgisel hızının büyüklüğü sürekli değişir. Gezegen Güneş'e yaklaşırken çizgisel hızının büyüklüğü artar, Güneş'ten uzaklaşırken azalır.



PERİYOTLAR KANUNU

- ☛ Güneş etrafındaki dolanımları sırasında gezegenlerin ortalama yörünge yarıçaplarının küpünün, dolanma periyotlarının karesi-ne oranı daima sabittir.
- ☛ Güneş etrafında dolanan şekildeki X ve Y gezegenlerinin ortalama yarıçapları R_X , R_Y ; Güneş etrafındaki periyotları T_X , T_Y ise;



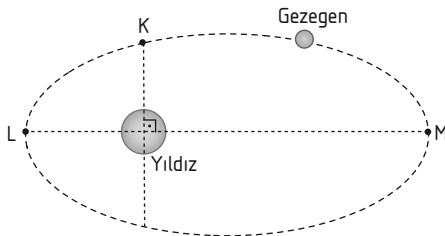
bunlar arasındaki bağıntı;

$$\frac{R_X^3}{T_X^2} = \frac{R_Y^3}{T_Y^2} \text{ sabit} = 3,36 \cdot 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

- ☛ Gezegenin ortalama yarıçapı, Güneş'e olan uzaklığının en büyük ve en küçük değerlerinin aritmetik ortalamasıdır.

Örnek

Bir yıldız etrafında dolanan gezegenin eliptik yörüngesi şekildeki gibidir. L noktası gezegenin yıldızın en yakın olduğu nokta, M noktası ise yıldızın en uzak olduğu noktadır.

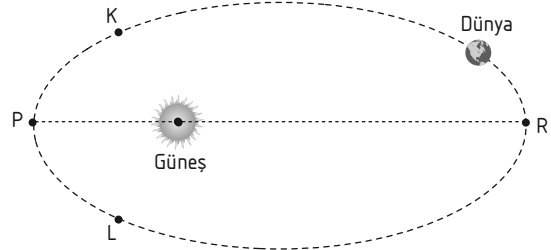


Gezegenin K, L ve M noktalarındaki çizgisel hızının büyüklüğü sırasıyla v_K , v_L ve v_M olduğuna göre, bunlar arasındaki ilişki aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $v_L < v_M < v_K$ B) $v_K < v_M < v_L$ C) $v_K < v_L < v_M$
D) $v_M < v_L < v_K$ E) $v_M < v_K < v_L$

Örnek

Dünya'mızın Güneş etrafındaki eliptik yörüngesi üzerindeki K, P, L ve R noktaları şekildeki gibidir.



P ve R noktaları Dünya'nın Güneş'e en yakın ve en uzak olduğu noktalar olduğuna göre,

- K'den L'ye gelirken Dünya'nın çizgisel hızının büyüklüğü sürekli artar.
- L'den R'ye gelirken Dünya'nın Güneş'e göre açısal momentumunun büyüklüğü değişmez.
- L'den R'ye gelirken Dünya'nın Güneş'e uyguladığı kütle çekim kuvvetinin büyüklüğü artar.

yargılarından hangileri doğrudur?

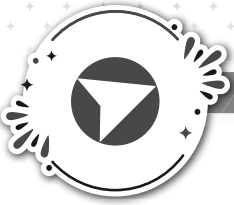
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

Örnek

Güneş etrafındaki eliptik yörüngesinde dolanan bir gezegenin yarıçap vektörünün taradığı alan 0 - t zaman aralığından A_1 , t - 3t zaman aralığında A_2 , 3t - 4t zaman aralığında A_3 tür.

Buna göre; A_1 , A_2 ve A_3 arasındaki ilişki aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $A_1 < A_2 < A_3$ B) $A_1 = A_2 = A_3$ C) $A_3 < A_2 < A_1$
D) $A_2 < A_1 = A_3$ E) $A_1 = A_3 < A_2$

**Örnek**

Kepler yasaları ve bu yasalardan elde edilen bilgiler ışığında,

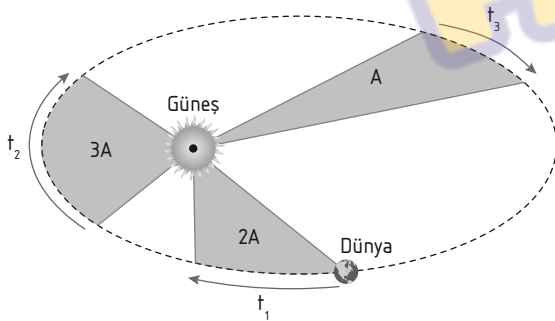
- I. Güneş etrafındaki eliptik yörüngesinde dolanan bir gezegene Güneş'in uyguladığı kütle çekim kuvvetinin büyüklüğü sabit bir değerdedir.
- II. Güneş etrafındaki eliptik yörüngesinde dolanan bir gezegenin Güneş'e göre eylemsizlik momenti sabit bir değerdedir.
- III. Güneş etrafındaki eliptik yörüngesinde dolanan bir gezegenin Güneş'e göre açısal momentumu sabit bir değerdedir.

yargılarından hangilerinin doğru olduğu söylenebilir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

Örnek

Dünya'nın yarıçap vektörünün Güneş etrafındaki eliptik yörüngesinde taradığı bazı alanlar şekildeki gibidir.



Dünya'nın yarıçap vektörünün bu alanları tarama süresi t_1 , t_2 ve t_3 olduğuna göre, bunlar arasındaki ilişki aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $2t_1 = 3t_2 = t_3$ B) $6t_1 = 3t_2 = 2t_3$
C) $3t_1 = 6t_2 = 2t_3$ D) $3t_1 = 4t_2 = 6t_3$
E) $3t_1 = 2t_2 = 6t_3$

ÖSYM Benzeri

Güneş etrafındaki eliptik yörüngesinde dolanan Dünya'nın, Güneş'e en uzak olduğu ay Haziran, en yakın olduğu ay ise Ocak'tır.

Buna göre, Haziran'da Dünya'ya ait;

- I. çizgisel momentum büyüklüğü,
- II. Güneş'e göre açısal momentum büyüklüğü,
- III. Güneş'e uyguladığı kütle çekim kuvvetinin büyüklüğü

niceliklerinden hangileri Ocak'takinden daha küçüktür?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

Örnek

Bir gezegenin Güneş'e olan ortalama uzaklığı Dünya'nın Güneş'e olan ortalama uzaklığının 4 katıdır.

Buna göre, bu gezegen Güneş etrafındaki bir dolanımını Dünya'ya göre kaç ayda tamamlar?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 64 E) 96

GÜNLÜK HAYAT VE TEKNOLOJİDEKİ YERİ

- ❖ Ventilator, dönme dolap, Dünya etrafındaki uydular, çamaşır makinesi, rüzgâr türbini, blender bıçaklar, tıpta ve endüstrideki santrifüjlerde ve parçacık hızlandırıcılarda çembersel hareketten yararlanılır.
- ❖ Buz patencinin dönmesi, parmağınızda döndürdüğünüz basketbol topu, Dünya ve diğer gezegenlerin dönmesi, kasırgalar ve hortumlar, yörüngede dolanan uydular, uzay araçlarındaki jiroskoplarda açısal momentum korunumunu gözlemleriz.