



İKİNCİ DERECE DENKLEMLER

a, b ve c reel sayılar ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$$ax^2 + bx + c = 0$$

şeklindeki denklemlere ikinci dereceden denklemler denir. Bu denklemi sağlayan x değerlerine denklemin kökleri denir. Bu köklerin bulunduğu kümeye ise denklemin çözüm kümesi denir.

İkinci dereceden bir denklemin çözüm kümesinin eleman sayısı 0, 1 ve en çok 2 olabilir. Bu farklı durumların sebebini konunun ilerleyen bölümlerinde "diskriminant" başlığı altında çok iyi anlayacaksınız.

İkinci dereceden denklemleri çözebilmek için bazı yöntemler mevcut. Şimdi bu yöntemleri inceleyip örneklerle anlamaya çalışalım...

ÇARPANLARA AYIRMA YÖNTEMİ

Eğer denklemi oluşturan ikinci dereceden polinom, çarpanlara ayrılabilirse, bu yöntem en çok faydalanacağımız yöntem olacaktır.

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ denkleminde}$$

- **a = 1 ise;**

- **a ≠ 1 ise;**

TAM KARE YÖNTEMİ

Bir ifadenin karesi olan ifadeler **tam kare ifadeler** denir.

a + b ifadesinin karesi olan $a^2 + 2ab + b^2$ ifadesi bir tam kare ifadedir.

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = \dots\dots\dots$$

$$x^2 - 10x + 25 = \dots\dots\dots$$

$$x^2 + 40x + 400 = \dots\dots\dots$$

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = \dots\dots\dots$$

DISKRİMİNANT HESABIYLA KÖK BULMA YÖNTEMİ

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin diskriminantı

$$\Delta = b^2 - 4ac \text{ ile hesaplanır.}$$

Diskriminant (Delta) hesaplandıktan sonra kökler aşağıda verdiğimiz iki kural ile hesaplanır.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ve } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

DISKRİMİNANTA GÖRE DENKLEM YORUMU YAPMA

Diskriminantı hesapladığımızda karşımıza çıkan sonuç, bize ikinci dereceden denklemin çözüm kümesi hakkında yorum yapabilme imkanı sunar.

Bu konunun başında bahsettiğimiz çözüm kümesinin eleman sayısının alabileceği değerler hakkındaki cümleyi tekrar hatırla!

1) $\Delta > 0$ Olması Durumu

- $\Delta > 0$ ise, denklemin birbirinden farklı, iki reel kökü vardır.
- Denklemin çözüm kümesi iki elemanlıdır.

2) $\Delta = 0$ Olması Durumu

- $\Delta = 0$ ise, denklemin çakışık iki reel kökü vardır. (çakışık = birbirine eşit)
- Denklemin çözüm kümesi tek elemanlıdır.

3) $\Delta < 0$ Olması Durumu

- $\Delta < 0$ ise, denklemin reel kökü yoktur. Ancak yine her zaman olduğu gibi iki tane kökü vardır. Sadece bu kökler reel değildir. Karmaşık köklerdir.



Not

a, b ve c gerçekte sayılar ve $a \neq 0$ olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ ikinci dereceden denkleminin köklerinin rasyonel olabilmesi için, aynı denklemin diskriminantının karekök dışına çıkması gerekir. Aksi halde kökler rasyonel olmaz.



İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLERİN KATSAYILARI İLE KÖKLERİ ARASINDAKİ İLİŞKİ

$ax^2 + bx + c = 0$ ikinci dereceden denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun,

- Kökler toplamı $x_1 + x_2 = \dots\dots\dots$
- Kökler çarpımı $x_1 \cdot x_2 = \dots\dots\dots$
- Köklerin pozitif farkı $|x_1 - x_2| = \dots\dots\dots$

**Not**

$ax^2 + bx + c = 0$ ikinci dereceden denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

- $x_1 + x_2 = 0$
- $x_1 \cdot x_2 < 0$

sağlanıyorsa, bu denklemin kökleri **simetrik** denir.

KÖKLERİ BİLİNE İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMİN YAZILMASI

$x_1 + x_2 = T$ ve $x_1 \cdot x_2 = Ç$ olsun.

Kökleri x_1 ve x_2 olan denklem

$x^2 - Tx + Ç = 0$ olur.

**Not**

Rasyonel katsayılı ikinci dereceden denklemin köklerinden birisi $a \pm \sqrt{b}$ ise diğer kök $a \pm \sqrt{b}$ 'dir.

**KARMAŞIK (KOMPLEKS) SAYILAR**

Gençler! Cebirin esas teoremi der ki: "n. dereceden bir polinomun n adet kökü vardır."

Teoremin anlamını ise mantık dersinde öğrendiniz. Kanıtlanabilen bilimsel önerme.

Demek ki yukarıda bahsedilen cümle kanıtlanabilir. E peki, biraz sorgulamaktan zarar gelmez...

Denklem	Derecesi	Kökleri
$2x - 4 = 0$	1	2
$x - 5 = 0$	1	5
$x^2 - 4 = 0$	2	-2, 2
$x^2 = 0$	2	0, 0
$x^2 + 1 = 0$	2	

a ve b reel sayı olsun,

$i^2 = -1$ olacak biçimde $i = \sqrt{-1}$ sayısı sanal sayı birimimiz olacak.

$$z = a + ib \in \mathbb{C}$$

burada dikkat edilmesi gereken şey, her reel sayının aynı zamanda bir kompleks sayı olmasıdır.

$z = a + ib$ sayısı için,

a:

b:

$z = 5 + 3i$ sayısı için,

$\text{Re}(z) = \dots\dots\dots$

$\text{Im}(z) = \dots\dots\dots$

SANAL SAYI BİRİMİNİN KUVVETLERİ

$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$i^1 = i$	$i^5 = \dots\dots\dots$	$i^9 = \dots\dots\dots$	$i^{4k+1} = \dots\dots\dots$
$i^2 = -1$	$i^6 = \dots\dots\dots$	$i^{10} = \dots\dots\dots$	$i^{4k+2} = \dots\dots\dots$
$i^3 = -i$	$i^7 = \dots\dots\dots$	$i^{11} = \dots\dots\dots$	$i^{4k+3} = \dots\dots\dots$
$i^4 = 1$	$i^8 = \dots\dots\dots$	$i^{12} = \dots\dots\dots$	$i^{4k} = \dots\dots\dots$

KARMAŞIK SAYILARIN EŞLENİĞİ

İki karmaşık sayı toplandığında ve çarpıldığında sonuç reel sayı oluyorsa, bu iki sayıya birbirinin eşleniği denir. z karmaşık sayısının eşleniği $\bar{z}$ ile gösterilir.

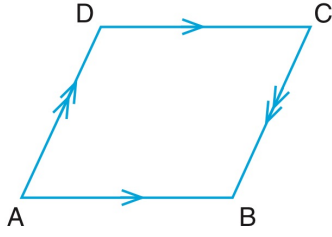
- $z = a + ib \Leftrightarrow \bar{z} = a - ib$
- $\overline{(\bar{z})} = z$
- $z \cdot \bar{z} = (a + ib) \cdot (a - ib) = a^2 + b^2$





PARALELKENAR

Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgene **paralelkenar** denir.

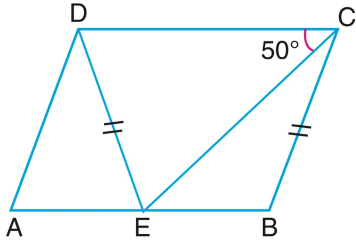


$$[AB] // [CD]$$

$$[AD] // [BC]$$

- Karşılıklı kenarlar birbirine eşittir.
- Karşılıklı açılar birbirine eşittir.

Örnek



ABCD paralelkenar

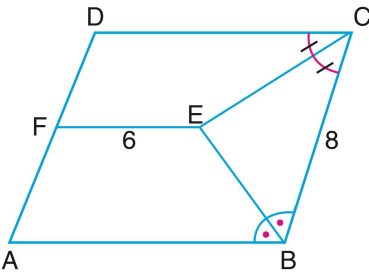
$$IBCI = IEDI$$

$$IABI = ICEI$$

$$m(\widehat{ECD}) = 50^\circ$$

olduğuna göre, $m(\widehat{BAD})$ kaç derecedir?

Örnek



ABCD paralelkenar

$$m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{BCE})$$

$$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{CBE})$$

$$EF // AB$$

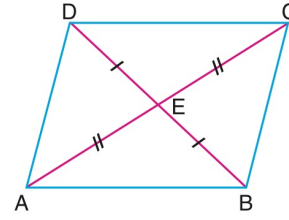
$$IBCI = 8 \text{ birim}$$

$$IEFI = 6 \text{ birim}$$

olduğuna göre, IABI kaç birimdir?

Paralelkenarın Özellikleri

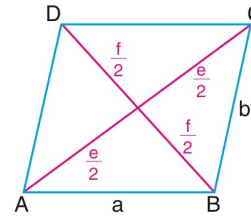
1-) Paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.



$$IAEI = IECI$$

$$IBEI = IEDI$$

2-)



ABCD paralelkenar

$$IABI = a$$

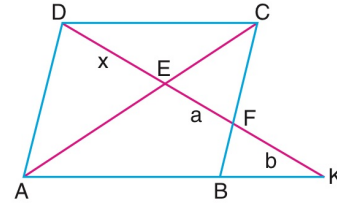
$$IBCI = b$$

$$IACI = e$$

$$IBDI = f \text{ ise}$$

$$e^2 + f^2 = 2(a^2 + b^2) \text{ dir.}$$

3-)



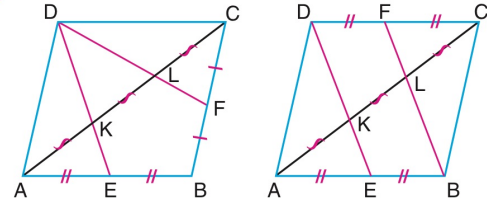
$$K \in AB$$

$$AC \cap DK = \{E\}$$

olduğunda

$$x^2 = a(a + b) \text{ dir.}$$

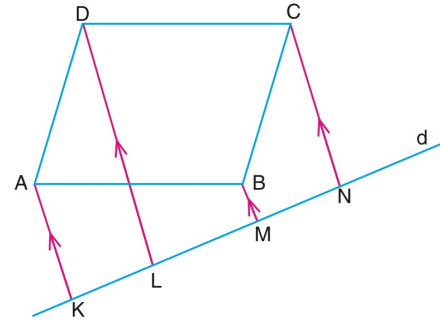
4-)



E ve F orta noktalar olduğunda

$$IAKI = IKLI = ILCI \text{ dir.}$$

5-)



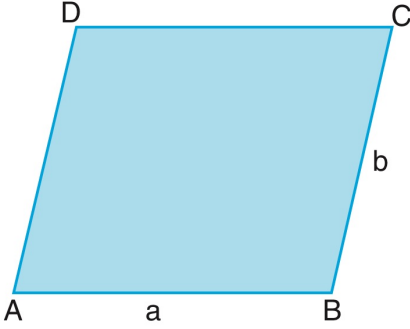
ABCD bir paralelkenar, d bir doğru olmak üzere; karşılıklı köşelerden d doğrusuna çizilen paraleller toplamı birbirine eşittir.

$$IAKI + ICNI = IDLI + IBMI \text{ dir.}$$



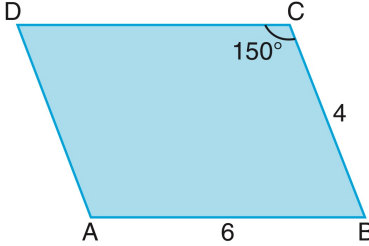


PARALELKENARDA ALAN



$$\text{Alan (ABCD)} = \text{Taban} \times \text{Tabana ait yükseklik} \\ = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

Örnek

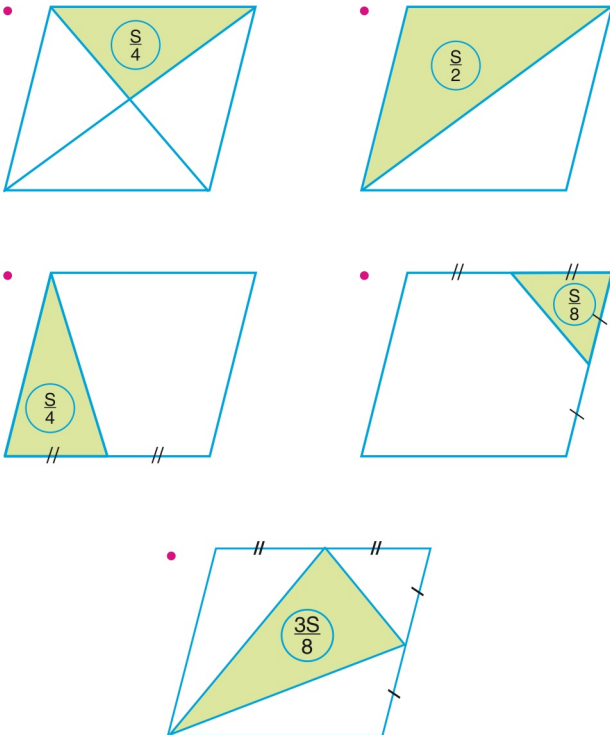


ABCD paralelkenar
 $m(\widehat{BCD}) = 150^\circ$
 $|AB| = 6$ birim
 $|BC| = 4$ birim

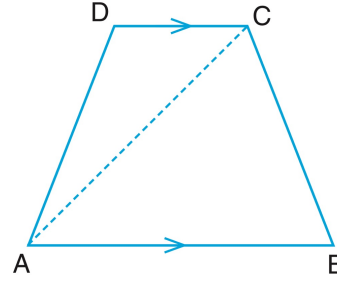
olduğuna göre Alan (ABCD) kaç birimkaredir?

Alan Özellikleri

Paralelkenarın alanına S dersek



Örnek



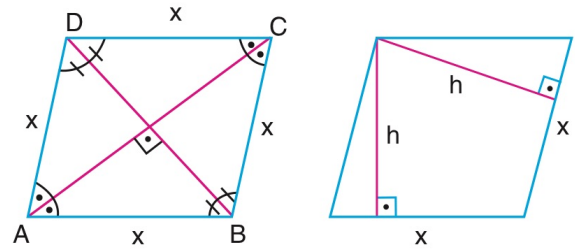
$AB \parallel CD$ ise

$$\frac{\text{Alan}(\widehat{ACD})}{\text{Alan}(\widehat{ABC})} = \frac{|CD|}{|AB|} \text{ dir.}$$



EŞKENAR DÖRTGEN

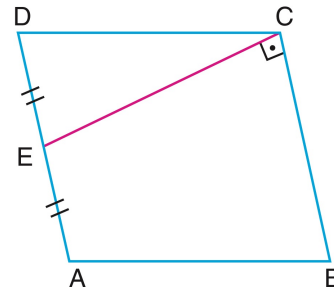
Bütün kenar uzunlukları birbirine eşit olan paralelkenara **eşkenar dörtgen** denir.



Özellikler

- Paralelkenarların özelliklerini taşır.
- Köşegenler dik kesişir.
- Köşegenler açıortaydır.
- Köşegenler birbirini ortalar.
- Yükseklikleri birbirine eşittir.
- Alan (ABCD) = $\frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$

Örnek



ABCD eşkenar dörtgen

$EC \perp AB$

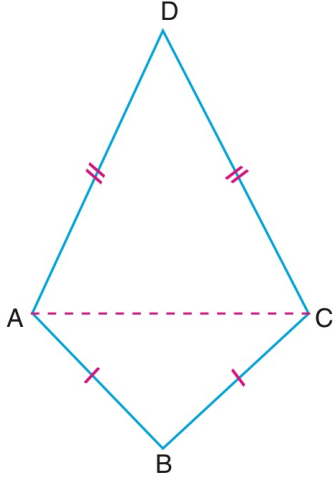
$|DE| = |EA|$

olduğuna göre, $m(\widehat{DAB})$ kaç derecedir?





Tabanları ortak iki ikizkenar üçgenin oluşturduğu dörtgene **deltoid** denir.

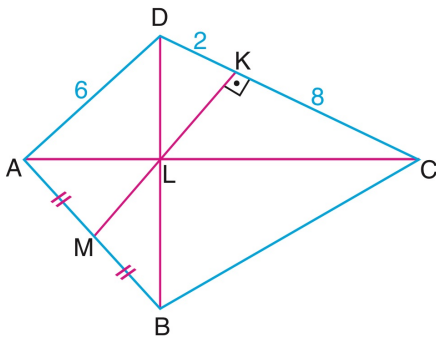


- Deltoidin köşegenlerinden biri birbirine eş olmayan iki ikizkenar üçgenin tabanıdır.
- Deltoidin eş olan kenarlarının oluşturdukları açılar deltoidin tepe açılarıdır.



- Deltoidin tepe noktalarını birleştiren köşegen, tepe açılarının açıortayıdır. (Simetri eksenini)
- Deltoidin tepe açısı olmayan açıları eşittir.
- Deltoidin köşegenleri birbirine diktir.
- Tepe noktalarını birleştiren köşegen ikizkenar üçgenlerin tabanı olan köşegeni ortalar.
- Alan $(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$ dir.

Örnek

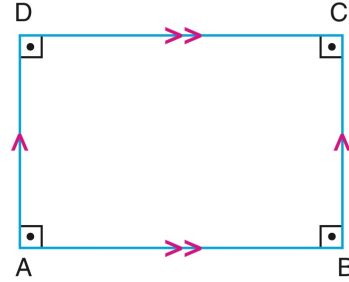


ABCD deltoid
 $MK \perp DC$
 $AC \cap BD \cap KM = \{L\}$

$|AB| = |AD| = 6$ cm , $|BM| = |MA|$, $|DK| = 2$ cm , $|CK| = 8$ cm
 olduğuna göre $|IKMI|$ kaç birimdir?

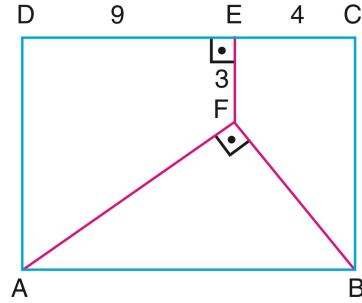


İç açılarının ölçüleri birbirine eşit ve 90° olan paralelkenara **dikdörtgen** denir.



- Paralelkenarın özelliklerini taşır.
- Çevre $(ABCD) = 2a + 2b$
- Alan $(ABCD) = a \cdot b$

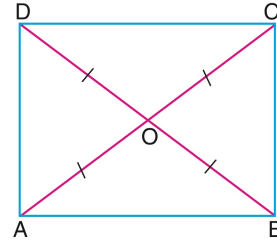
Örnek



ABCD dikdörtgen
 $AF \perp BF$
 $EF \perp CD$
 $|EF| = 3$ birim
 $|EC| = 4$ birim
 $|DE| = 9$ birim

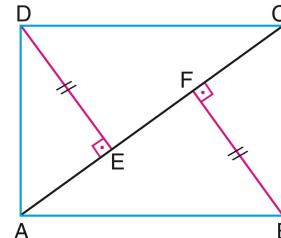
olduğuna göre, $|AD|$ kaç birimdir?

* Dikdörtgende köşegenler birbirine eşittir.



$|AC| = |BD|$ ve
 $|OA| = |OB| = |OC| = |OD|$ dir.

* Dikdörtgende, karşılıklı köşelerden köşegene çizilen dikmeler birbirine eşittir.



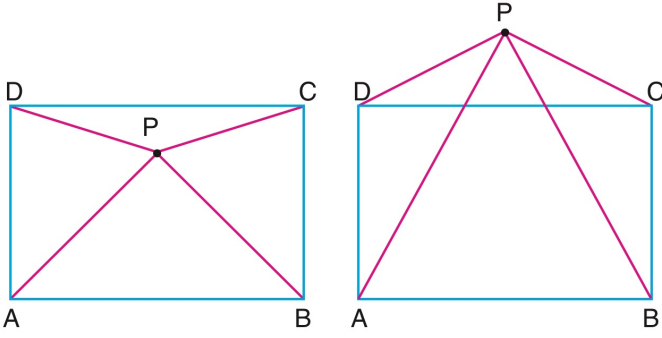
$|DE| = |BF|$ ve
 $|AE| = |FC|$ dir.



10. Sınıf 2. Dönem 2. Yazılı Hazırlık Çalışması

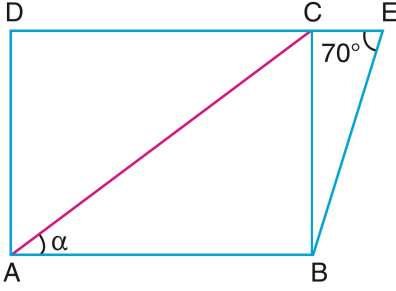
KONU TEKRARI

* Dikdörtgenin içindeki ya da dışındaki bir noktadan karşılıklı köşelere çizilen uzaklıkların kareleri toplamı birbirine eşittir.



$$|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$$

Örnek



ABCD dikdörtgen

$E \in DC$

$|DE| = |AC|$

$m(\widehat{BEC}) = 70^\circ$

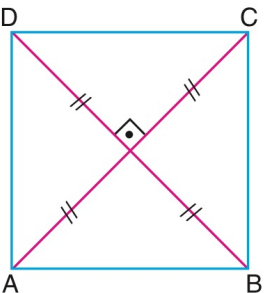
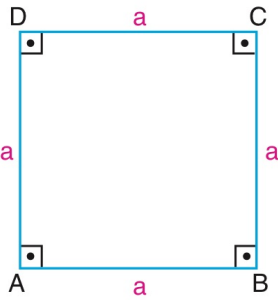
$m(\widehat{BAC}) = \alpha$

olduğuna göre, α kaçtır?



KARE

Kenar uzunlukları birbirine eşit dikdörtgene **kare** denir.



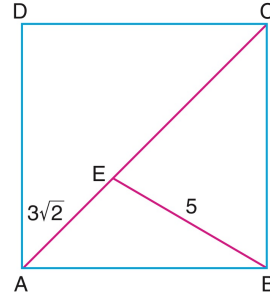
• Kare; paralelkenarın, eşkenar dörtgenin ve dikdörtgenin tüm özelliklerini taşır.

• Köşegenler dik kesişir.

• Köşegenler açıortaydır.

• Alan $(ABCD) = a^2$

Örnek



ABCD kare,

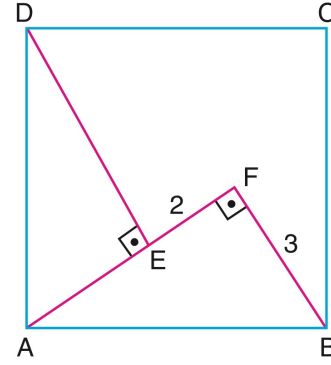
$E \in AC$

$|EA| = 3\sqrt{2}$ birim

$|EB| = 5$ birim

olduğuna göre, ABCD karesinin alanı kaç birimkaredir?

Örnek



ABCD kare

$AF \perp DE$

$AF \perp BF$

$|EF| = 2$ birim

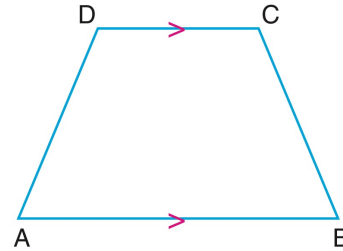
$|BF| = 3$ birim

olduğuna göre, Alan(ABCD) kaç birimkaredir?



YAMUK

En az iki kenarı paralel olan dörtgene **yamuk** denir.



$[AB] \parallel [CD]$

$\widehat{A} + \widehat{D} = 180^\circ$

$\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ dir.

Örnek

ABCD yamuğunun,

• $[AB] \parallel [CD]$

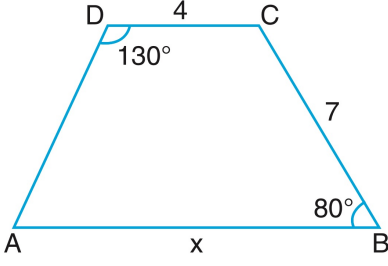
• $m(\widehat{ADC}) = 100^\circ$

• BAD açısının açıortay doğrusu [BC] kenarını dik kesiyor.

Özel durumları olduğuna göre, $m(\widehat{BCD})$ ölçüsü kaç derecedir?



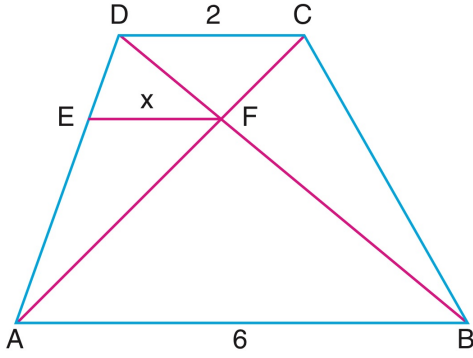
Örnek



olduğuna göre, $|AB|$ kaç birimdir?

ABCD bir yamuk
 $AB \parallel CD$
 $m(\widehat{ADC}) = 130^\circ$
 $m(\widehat{ABC}) = 80^\circ$
 $|BC| = 7$ birim
 $|CD| = 4$ birim

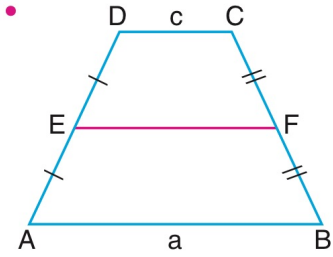
Örnek



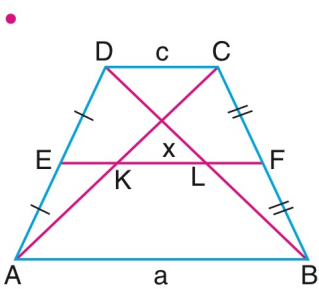
olduğuna göre $|EF| = x$ kaç birimdir?

ABCD yamuk
 $[AB] \parallel [CD] \parallel [EF]$
 $AC \cap BD = \{F\}$
 $|AB| = 6$ birim
 $|CD| = 2$ birim

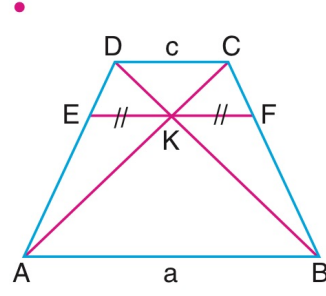
Özellikler



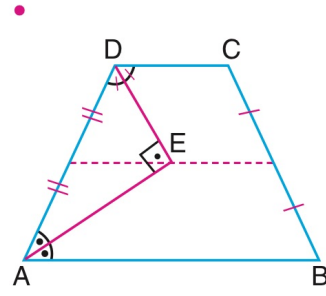
$[EF]$: orta taban
 $AB \parallel EF \parallel CD$ ve
 $|EF| = \frac{a+c}{2}$



$|EK| = x = \frac{a-c}{2}$ dir.



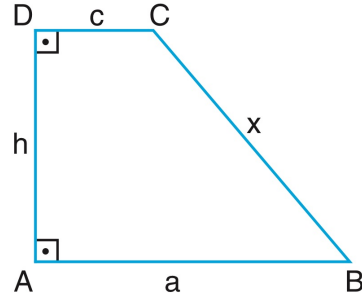
$AB \parallel CD \parallel EF$ ise
 $|EK| = |KF|$ ve
 $|EK| = \frac{a \cdot c}{a+c}$ dir.



Yamukta açıortaylar
dik ve orta taban üzer-
inde kesişir.

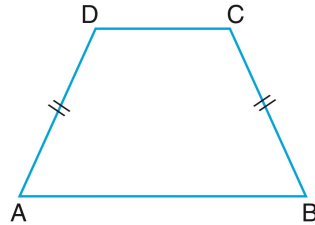
Dik Yamuk

Yan kenarlarından biri tabanlarına dik olan yamuğa **dik yamuk** denir.



İkizkenar Yamuk

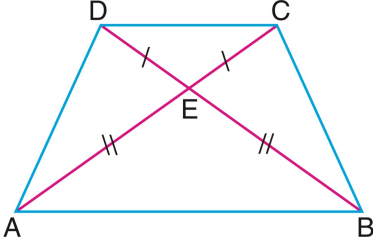
Yan kenar uzunlukları eşit olan yamuğa **ikizkenar yamuk** denir.



$\widehat{A} = \widehat{B}$
 $\widehat{C} = \widehat{D}$ dir.



- İkizkenar yamuğun köşegen uzunlukları birbirine eşittir.



$$|AC| = |BD|$$

$$|EC| = |ED|$$

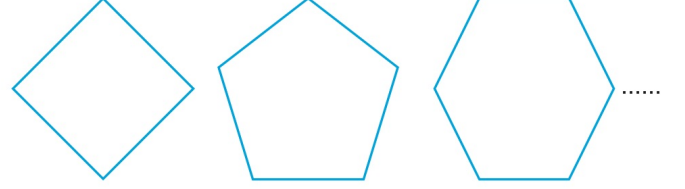
$$|EB| = |EA|$$



ÇOKGENLER

Çokgen

Düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan n tane noktayı ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu kapalı şekillere **çokgen** denir.

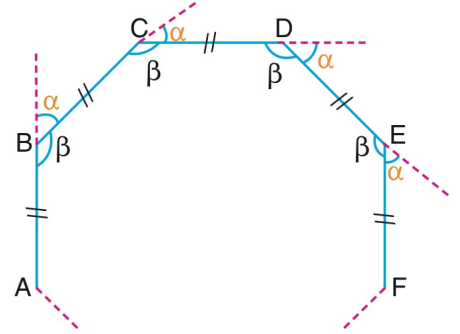


Bir çokgenin

- Bir köşesinden çizilen köşegen sayısı $n-3$ dür.
- Bir köşesinden çizilen köşegen ile oluşan üçgen sayısı $n-2$ dir.
- İç açılarının ölçüleri toplamı $(n-2) \cdot 180^\circ$ dir.
- Dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.
- Tüm köşegenlerinin sayısı $\frac{n(n-3)}{2}$ dir.

Düzgün Çokgen

Bütün kenar uzunlukları birbirine eşit ve tüm iç açıları eş olan çokgene **düzgün çokgen** denir.



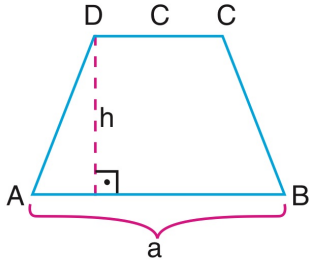
- ABCDEF... düzgün çokgeninin bir iç açısı

$$\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} \text{ dir.}$$

- ABCDEF... düzgün çokgeninin bir dış açısı

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} \text{ dir.}$$

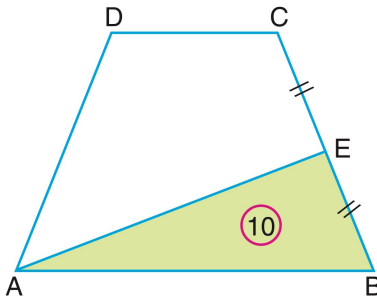
Yamukta Alan



$$\text{Alan (ABCD)} = \frac{(a+c) \cdot h}{2} \text{ ya da}$$

$$\text{Alan (ABCD)} = \text{Orta taban} \times h \text{ dir.}$$

Örnek



ABCD yamuk

$AB \parallel CD$

$|EB| = |EC|$

$2 \cdot |AB| = 5 \cdot |CD|$

Alan ($\widehat{ABE}$) = 10 br²

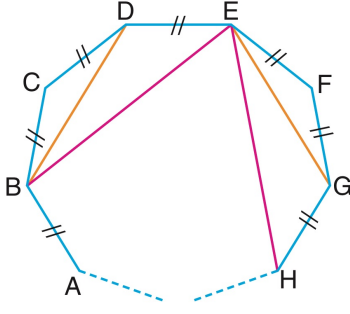
olduğuna göre, Alan (ABCD) kaç birimkaredir?



10. Sınıf 2. Dönem 2. Yazılı Hazırlık Çalışması

KONU TEKRARI

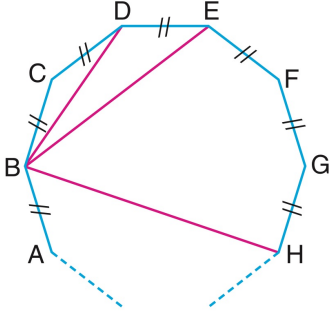
Düzgün çokgenlerde, eşit sayıda kenarı ayıran köşegenler birbirine eşittir.



$$|BE| = |DH|$$

$$|BI| = |DI|$$

Düzgün çokgenin köşesinden çıkan açılar gördükleri kenar sayısı ile doğru orantılıdır.



$$m(\widehat{CBD}) = \alpha \text{ ise}$$

$$m(\widehat{DBE}) = \alpha$$

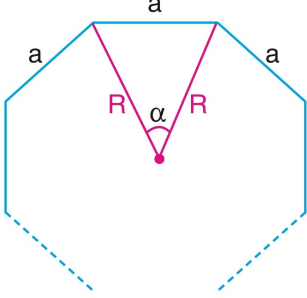
$$m(\widehat{EBH}) = 3\alpha$$

$$m(\widehat{CDB}) = \alpha$$

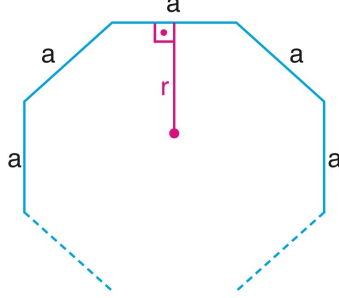
$$m(\widehat{DEB}) = 2\alpha$$

$$m(\widehat{BHG}) = 5\alpha \text{ dir.}$$

Düzgün Çokgenlerin Alanı



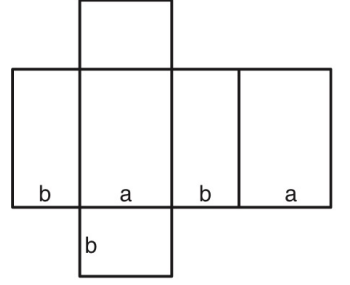
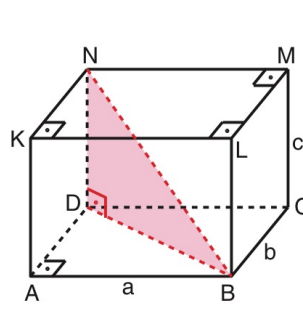
$$\text{Alan} = \frac{n \cdot R^2 \cdot \sin \alpha}{2}$$



$$\text{Alan} = \frac{n \cdot a \cdot r}{2}$$

DİKDÖRTGENLER PRİZMASI

Tabanları dikdörtgen olan dik prizmaya "**Dikdörtgenler Prizması**" denir.



★ Yüzey köşegenleri,

• ABCD ve KLMN yüzeylerinin köşegen uzunluğu $\sqrt{a^2 + b^2}$ dir.

• BCML ve ADNK yüzeylerinin köşegen uzunluğu $\sqrt{b^2 + c^2}$ dir.

• ABLK ve DCMN yüzeylerinin köşegen uzunluğu $\sqrt{a^2 + c^2}$ dir.

SML MATEMATİK

★ [BN], [MA], [KC] ve [LD] doğru parçaları cisim köşegenleri-
dir. $|BN| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ dir.

★ Hacim $V = a \cdot b \cdot c$ dir.

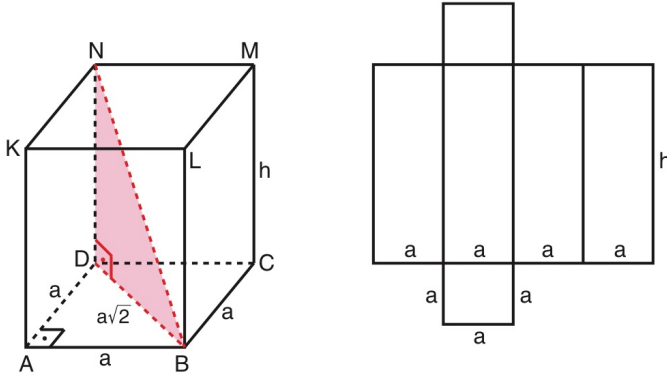
★ Yanal Alan $(2a + 2b) \cdot c$ dir.

★ Yüzey Alanı $2(ab + ac + bc)$ dir.



KARE DİK PRİZMA

Tabanları kare, yan yüzeyleri dikdörtgen olan prizmaya "**Kare Dik Prizma**" denir.



★ Yüzey köşegenleri,

• ABCD ve KLMN yüzeylerinin } $a\sqrt{2}$
köşegen uzunluğu

• Yan yüzeylerinin } $\sqrt{a^2 + h^2}$
köşegen uzunluğu

★ Cisim köşegeni $|BN| = \sqrt{a^2 + a^2 + h^2} = \sqrt{2a^2 + h^2}$

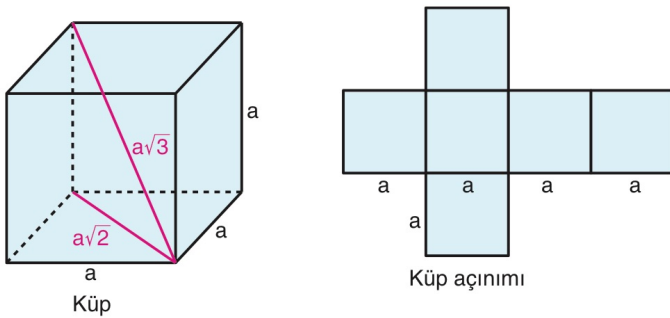
★ Hacim $V = a^2 \cdot h$ dir.

★ Yanal Alan $4 \cdot a \cdot h$ dir.

★ Yüzey Alanı $2a^2 + 4ah$ dir.

KÜP

Bütün ayrıtlarının uzunlukları birbirine eşit olan dikdörtgenler prizmasına "**Küp**" denir.



Yüzey Alanı = $6 \cdot a^2$

Hacim = a^3

Yüzey köşegeni = $a\sqrt{2}$

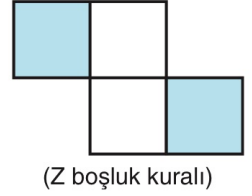
Cisim köşegeni = $a\sqrt{3}$

KÜP AÇINIMLARI

Bir küpün farklı açınımları vardır.

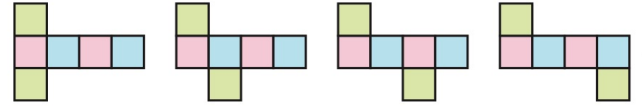
Açınımlardan bizim için önemli olan karşılıklı yüzleri belirlemektir.

Karşılıklı yüzler belirlenirken,



kuralları kullanılır.

- 4 kare yan yana olduğundan, diğer iki kare zıt tarafta olabilir.



- Sadece kuralların sağlandığı açınımlardan olabilir.

